

Háromdimenziós számítógépes látás

Hajder Levente

Eötvös Lóránd Egyetem, Informatikai Kar



Kameramodellek és kamerakalibráció

- 1 Kameramodellek
 - Perspektív kamera
 - Gyengén perspektív kamera
 - Kameramodellek összehasonlítása
 - Perspektív visszavetítés a térbe

- 2 Homográfia
 - Síkhomográfia becslése
 - Nemlineáris becslés geometriai hiba minimalizálásával

- 3 Kamerakalibráció
 - Kalibráció térbeli tárgygal
 - Radiális lencsetorzítás korrigálása

- 4 Összefoglaló

Outline

- 1 Kameramodellek
 - Perspektív kamera
 - Gyengén perspektív kamera
 - Kameramodellek összehasonlítása
 - Perspektív visszavetítés a térbe

- 2 Homográfia
 - Síkhomográfia becslése
 - Nemlineáris becslés geometriai hiba minimalizálásával

- 3 Kamerakalibráció
 - Kalibráció térbeli tárgygal
 - Radiális lencsetorzítás korrigálása

- 4 Összefoglaló

Outline

- 1 **Kameramodellek**
 - Perspektív kamera
 - Gyengén perspektív kamera
 - Kameramodellek összehasonlítása
 - Perspektív visszavetítés a térbe

- 2 **Homográfia**
 - Síkhomográfia becslése
 - Nemlineáris becslés geometriai hiba minimalizálásával

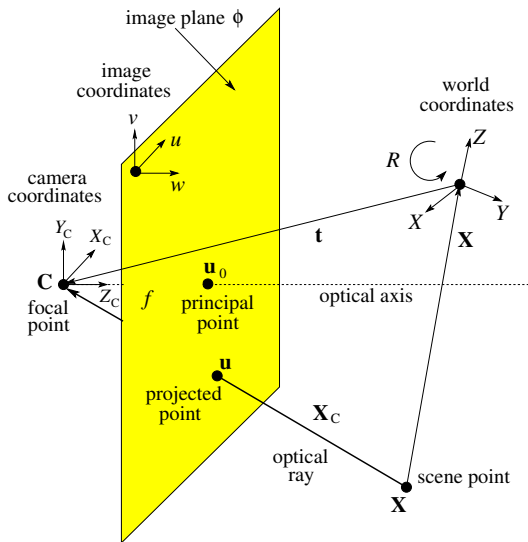
- 3 **Kamerakalibráció**
 - Kalibráció térbeli tárgygal
 - Radiális lencsetorzítás korrigálása

- 4 **Összefoglaló**

Geometriai képalkotási modellek

- Különböző **geometriai** kameramodelleket mutatunk be
 - általános perspektív kameramodell
 - egyszerűsített kameramodellek
- A perspektív kameramodell az un. **lyukkamerát** írja le
 - *pinhole camera*, camera obscura
- A lyukkamera a valós optikai képalkotás egyszerűsített modellje
 - vékony lencsemodell speciális esete
 - fizikai szempontból nem realiztikus
- Ennek ellenére a perspektív kameramodell jól írja le a képalkotás alapvető **geometriai** vonatkozásait
- További aspektusokkal és hatásokkal külön foglalkoznak
 - radiometrikus vonatkozások (fényerő, szín, érzékelés)
 - optikai torzítások (lencse)

Lineáris perspektív kamera geometriája



Jelölések: koordináták és transzformációk

- Koordináták

$$\mathbf{x} = [X, Y, Z]^T \quad \text{világ}$$

$$\mathbf{x}_c = [X_c, Y_c, Z_c]^T \quad \text{kamera}$$

$$\mathbf{u} = [u, v]^T \quad \text{képsík}$$

- Homogén koordináták

$$\mathbf{X} = [X, Y, Z, 1]^T \quad \text{világ}$$

$$\mathbf{X}_c = [X_c, Y_c, Z_c, 1]^T \quad \text{kamera}$$

$$\mathbf{u} = [u, v, 1]^T \quad \text{képsík}$$

- Transzformációk

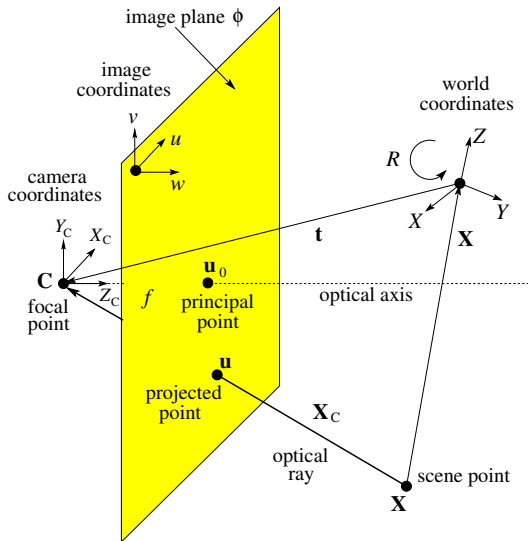
- R : elforgatás (mátrix)
- \mathbf{t} : eltolás (vektor)

Jelölések: kamera

\mathbf{C}	ϕ	f	$\mathbf{u}_0 = [u_0, v_0]^T$
fókuszpont	képsík	fókusz távolság	dőféspont
<i>focal point</i>	<i>image plane</i>	<i>focal length</i>	<i>principal point</i>

- \mathbf{C} fókuszpont: kamera vetítési középpontja
- Optikai sugár: egy világpontot és \mathbf{C} -t összekötő vektor
- Optikai tengely: \mathbf{C} -ből ϕ -re merőlegesen bocsátott egyenes
- Fókusz távolság: \mathbf{C} és ϕ közötti távolság
- Dőféspont: pont a képen, ahol az optikai tengely metszi a ϕ -t
- Lyukkamera: *pinhole camera*

Lineáris perspektív kamera geometriája



Eltolás és elforgatás

- Világ koordináták \rightarrow kamera koordináták
- Descartes koordinátákkal

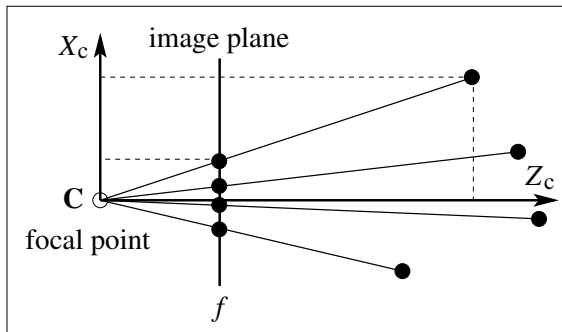
$$\mathbf{X}_c = \mathbf{R}(\mathbf{X} - \mathbf{t}) \quad (1)$$

- Homogén koordinátákkal

$$\mathbf{X}_c = \mathbf{R} [\mathbf{I} | -\mathbf{t}] \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

- \mathbf{I} (3×3 -as) **egységmátrix**
 - $[\mathbf{I} | -\mathbf{t}]$ egy 3×4 -es mátrix
- \rightarrow \mathbf{I} mátrix kiegészítve $-\mathbf{t}$ oszloppal

Vetítés képsíkra



$$u = \frac{fk_u}{Z_c} X_c + u_0 \quad (3)$$

$$v = \frac{fk_v}{Z_c} Y_c + v_0 \quad (4)$$

- k_u, k_v a kamera X, Y irányú felbontása (pixelméret)
- mértékegysége *pixel/hosszegység*
- néha feltételezik, hogy $k_u = k_v = k$

Vetítés képsíkra homogén koordinátákkal

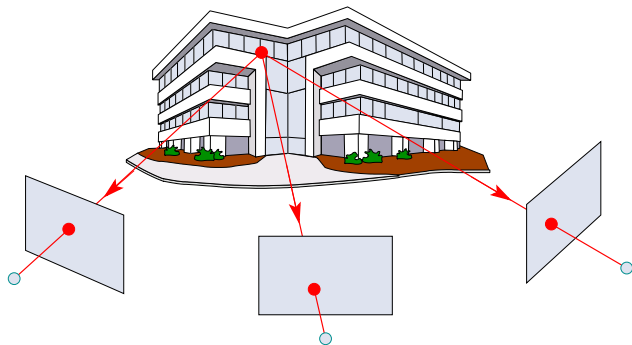
$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} \sim \mathbf{K}\mathbf{X}_C \quad (5)$$

- \sim a homogén osztás okozta skálázási többértelműség
- \mathbf{K} a (belső) **kalibrációs mátrix**

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} f k_u & 0 & u_0 \\ 0 & f k_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

- 5 paramétere van, de kalibrálásakor csak 4-et kell beállítani
 $\rightarrow f k_u, f k_v, u_0, v_0$

3D-s pont vetítése több kamera esetén



- Egy objektum pont változó helyen jelenik meg a képeken
- 3D-s rekonstrukcióhoz azonosítani kell a pontot a képeken
→ ezt megfeleltetésnek hívják (*correspondence*)

Perspektív kameramodell

- Végeredmény: 3D-s pont perspektív leképezése képsíkra

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} \sim \mathbf{KR} [l | -\mathbf{t}] \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{P} \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

- $\mathbf{P} \doteq \mathbf{KR} [l | -\mathbf{t}]$ a **projekciós mátrix**
 - 11 paramétere van
 - 5 \mathbf{K} -ban, 3 \mathbf{R} -ben, 3 \mathbf{t} -ben

Outline

- 1 **Kameramodellek**
 - Perspektív kamera
 - **Gyengén perspektív kamera**
 - Kameramodellek összehasonlítása
 - Perspektív visszavetítés a térbe

- 2 **Homográfia**
 - Síkhomográfia becslése
 - Nemlineáris becslés geometriai hiba minimalizálásával

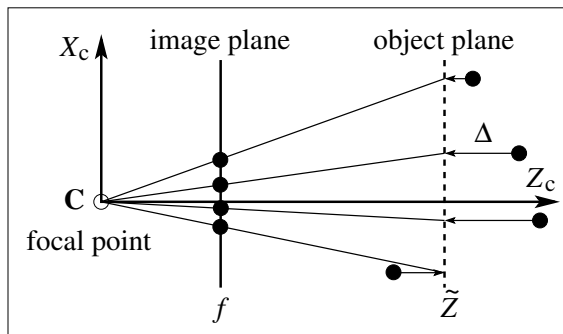
- 3 **Kamerakalibráció**
 - Kalibráció térbeli tárgygal
 - Radiális lencsetorzítás korrigálása

- 4 **Összefoglaló**

Gyengén perspektív vetítés képsíkra 1/2

- Feltételezzük, a kamera viszonylag messze van
 - mélységváltozás lényegesen kisebb mint átlagos mélység
 - látómező-szélesség lényegesen kisebb mint átlagos mélység→ a pontok nincsenek messze az optikai tengelytől
- Választunk képsíkkal párhuzamos **tárgysíkot** (*object plane*)
 - pl. úgy, hogy átmenjen a ponthalmaz súlypontján
- Merőleges vetítéssel leképezzük a pontokat a tárgysíkra
- Utána alkalmazzuk a perspektív vetítést
 - mivel mélységváltozás nincs, dőféspont helyének nincs jelentősége→ feltehetjük, hogy $u_0 = v_0 = 0$

Gyengén perspektív vetítés képsíkra 2/2



$$u = \frac{fk}{\tilde{Z}_c} X_c + u_0 \quad (8)$$

$$v = \frac{fk}{\tilde{Z}_c} Y_c + v_0 \quad (9)$$

- Egyszerűség kedvéért feltételezzük, hogy $k_u = k_v = k$
 - Feltételezzük továbbá, hogy $Z_c \gg \Delta$
- $Z_c \approx \tilde{Z}_c$, ahol \tilde{Z}_c a közös (átlag) mélység
- skálázott merőleges vetítés

Gyengén perspektív kameramodell 1/2

- Eltolás és elforgatás figyelembe vételével

$$u = qr_1^T(\mathbf{X} - \mathbf{t}) + u_0 \quad (10)$$

$$v = qr_2^T(\mathbf{X} - \mathbf{t}) + v_0, \quad \text{ahol} \quad (11)$$

$$q \doteq \frac{fk}{\tilde{Z}_c}$$

- \mathbf{r}_1^T és \mathbf{r}_2^T az \mathbf{R} mátrix első és második sora
- \mathbf{u}_0 csak koordináta-eltolást jelent $\rightarrow u_0 = v_0 = 0$

$$u = qr_1^T(\mathbf{X} - \mathbf{t}) \quad (12)$$

$$v = qr_2^T(\mathbf{X} - \mathbf{t}) \quad (13)$$

Gyengén perspektív kameramodell 2/2

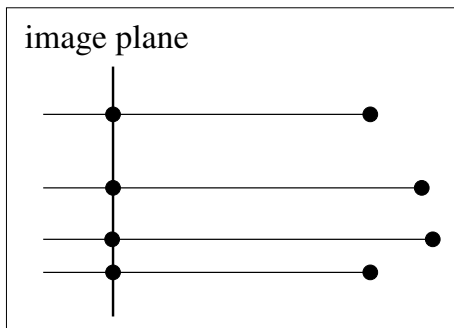
- Mátrix alakban

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = [\mathbf{M}|\mathbf{b}] \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \text{ahol} \quad (14)$$

$$\mathbf{M} \doteq q \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1^T \\ \mathbf{r}_2^T \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} \doteq - \begin{bmatrix} q\mathbf{r}_1^T \mathbf{t} \\ q\mathbf{r}_2^T \mathbf{t} \end{bmatrix}$$

- A modellnek 6 szabadságfoka van
 - ha $k_u \neq k_v$, akkor 7
- Nincs skálázási többértelműség

Merőleges vetítés és kameramodell



- E kameramodell csak akkor alkalmazható, ha az objektum
 - viszonylag messze van a kamerától
 - mélységben alig mozog
- A modellnek 5 szabadságfoka van
 - R, t_1, t_2

Outline

- 1 **Kameramodellek**
 - Perspektív kamera
 - Gyengén perspektív kamera
 - **Kameramodellek összehasonlítása**
 - Perspektív visszavetítés a térbe

- 2 **Homográfia**
 - Síkhomográfia becslése
 - Nemlineáris becslés geometriai hiba minimalizálásával

- 3 **Kamerakalibráció**
 - Kalibráció térbeli tárgygal
 - Radiális lencsetorzítás korigálása

- 4 **Összefoglaló**

Affin kameramodellek

- **Általános affin kamera**

$$\mathbf{u} = \mathbf{M}_{2 \times 3} \mathbf{X} + \mathbf{t}$$

- 8 szabadságfok
 - $\mathbf{M}_{2 \times 3}$ egy 2×3 -as mátrix, rangja 2
-
- Affin kameramodellek hierarchiája
 - általános affin kamera
 - ↓
 - egyre nagyobb megszorítás
 - egyre kevesebb szabadságfok

Affin kameramodellek hierarchiája

- **Gyengén perspektív vetítés**

- 7 szabadságfok ($k_u \neq k_v$)

- **Skálázott merőleges vetítés**

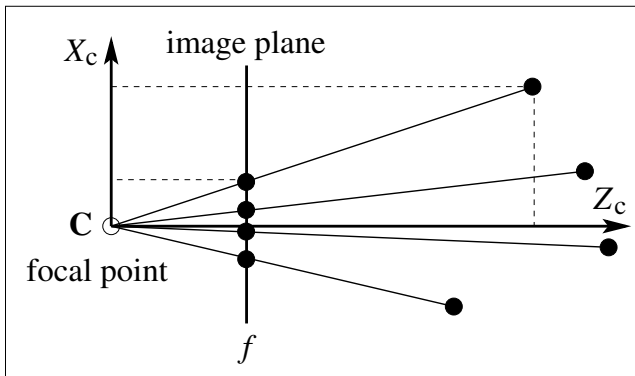
- 6 szabadságfok
- merőleges vetítés + izotróp skálázás

→ ugyanaz, mint gyenge perspektíva $k_u = k_v$ esetben

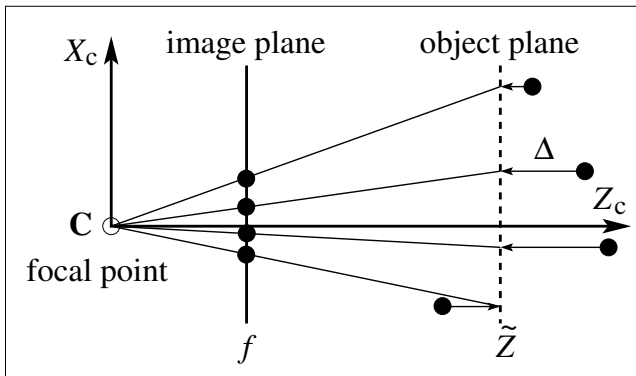
- **Merőleges vetítés**

- 5 szabadságfok

Perspektív vetítés



Gyengén perspektív vetítés



Gyenge perspektíva alkalmazhatósága

- A gyenge perspektíva képbeli pozíciós hibája

$$\mathbf{x}_c^{\text{weak}} - \mathbf{x}_c^{\text{proj}} = \frac{\Delta}{\tilde{Z}_c} \mathbf{x}_c^{\text{proj}}$$

- a valódi perspektívához képest
 - Δ a pont távolsága a tárgysíktól
 - \tilde{Z}_c az átlagos mélység

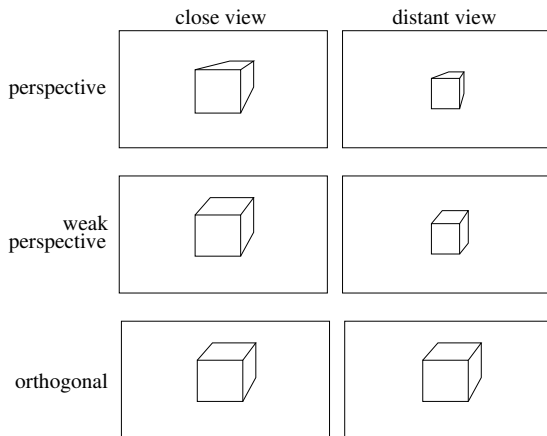
→ Gyenge perspektíva alkalmazható, ha

- $\Delta \ll \tilde{Z}_c$

Gyenge perspektíva előnyei és hátrányai

- Előnyök a perspektív kamerához képest
 - nincs skálázási többértelműség
 - kevesebb paramétert kell megbecsülni
 - a becslés minősége javulhat
 - egyszerűbb
 - több problémára létezik zárt alakú megoldás
- Hátrányok
 - csak közelítés
 - pontatlan, ha a feltételek nem teljesülnek
 - eleve nem kezeli a perspektív torzítást

Három vetítés összehasonlítása



jelenség	perspektív	gyengén persp.	merőleges
méretváltozás	igen	igen	nem
persp. torzítás	igen	nem	nem

Outline

- 1 **Kameramodellek**
 - Perspektív kamera
 - Gyengén perspektív kamera
 - Kameramodellek összehasonlítása
 - **Perspektív visszavetítés a térbe**

- 2 **Homográfia**
 - Síkhomográfia becslése
 - Nemlineáris becslés geometriai hiba minimalizálásával

- 3 **Kamerakalibráció**
 - Kalibráció térbeli tárgygal
 - Radiális lencsetorzítás korrigálása

- 4 **Összefoglaló**

Képpont visszavetítése a térbe 1/2

- Mint tudjuk,

$$u = \frac{fk_u}{Z_c} X_c + u_0$$

$$v = \frac{fk_v}{Z_c} Y_c + v_0$$

- Ebből megkapjuk, hogy

$$X_c = \frac{Z_c}{fk_u} (u - u_0)$$

$$Y_c = \frac{Z_c}{fk_v} (v - v_0)$$

$$Z_c = Z_c$$

Képpont visszavetítése a térbe 2/2

- Mátrix alakban

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \end{bmatrix} = Z_c \begin{bmatrix} \frac{1}{f k_u} & 0 & -\frac{u_0}{f k_u} \\ 0 & \frac{1}{f k_v} & -\frac{v_0}{f k_v} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = Z_c K^{-1} \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

- ahol a kalibrációs mátrix

$$K = \begin{bmatrix} f k_u & 0 & u_0 \\ 0 & f k_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- 3D-s pont csak a mélység erejéig határozható meg
→ képpont visszavetítése egyenest generál a térben

Visszavetítés homogén koordinátákkal

- 3D-s pont vetítése képsíkra:

$$\mathbf{u} = P\mathbf{X}$$

- A visszavetítés egyenest generál a térben:

$$\mathbf{X}(\lambda) = (1 - \lambda)P^+\mathbf{u} + \lambda\mathbf{C}$$

- a megoldások egyparaméteres összessége
- P^+ a P mátrix **pszeudo-inverze**
 - $PP^+ = I$ (I az egységmátrix)
 - $P^+ = P^T (PP^T)^{-1}$
- Az egyenes tartalmazza
 - a $P^+\mathbf{u}$ pontot ($\lambda = 0$)
 - a \mathbf{C} kamera középpontot
 - \mathbf{C} pont P nullvektora

Visszavetítés és trianguláció: video szemléltetés

- 3D-s pont egyértelmű meghatározásához
 - legalább két különböző, kalibrált kamerakép szükséges
 - a pontot azonosítani (megfeleltetni) kell a kameraképeken
- Az eljárást **triangulációnak** hívják

Outline

- 1 Kameramodellek
 - Perspektív kamera
 - Gyengén perspektív kamera
 - Kameramodellek összehasonlítása
 - Perspektív visszavetítés a térbe

- 2 Homográfia
 - Síkhomográfia becslése
 - Nemlineáris becslés geometriai hiba minimalizálásával

- 3 Kamerakalibráció
 - Kalibráció térbeli tárgygal
 - Radiális lencsetorzítás korigálása

- 4 Összefoglaló

Homográfia fogalma

- Általános $(n + 1)$ -dimenziós eset
 - P^n egy n -dimenziós tér
 - $R^{(n+1)}$ befoglaló tere P^n -nek
 - az $P^n \rightarrow P^d$ homográfia egy, $R^{(n+1)}$ -ben lineáris leképezés
 - homogén koordinátákkal

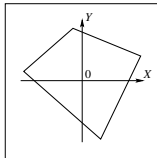
$$\mathbf{u}' \sim H\mathbf{u}$$

→ H egy nemszinguláris $(n + 1) \times (n + 1)$ mátrix

- 3D-s eset: $n + 1 = 3$
 - P^2 egy sík R^3 -ban
 - homográfia egy projektív megfeleltetés két sík pontjai között
- kölcsönösen egyértelmű
 - síkbeli egyenesek a leképezés után is egyenesek maradnak

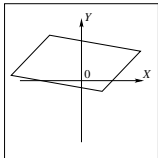
Homográfia alcsoportjai

projektív



$$\det H \neq 0$$

affin

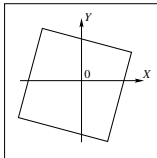


$$H = \begin{bmatrix} A & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix}$$

$$\det A \neq 0$$

$$\det R = 1$$

hasonlóság



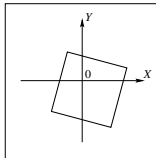
$$H = \begin{bmatrix} sR & -R\mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix}$$

$$R^T R = E$$

$$\det R = 1$$

$$s > 0$$

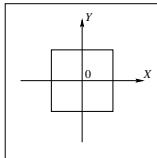
metrikus



$$H = \begin{bmatrix} R & -R\mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix}$$

$$R^T R = E$$

azonosság



$$H = E$$

Síkhomográfia alkalmazása (1)

- Adott egy texturált sík a térben.
- Két képet készítünk a mintáról:

$$\mathbf{u} = \lambda_1 \mathbf{P}_1 \mathbf{X} \quad \mathbf{u}' = \lambda_2 \mathbf{P}_2 \mathbf{X}$$

- Koordináta-rendszert szabadon megváltoztathatjuk
 - $Z = 0$ legyen a textúra síkja
 - Ekkor a minta pontjai $\mathbf{X}_i = [X_i, Y_i, 0, 1]^T$ alakban írhatóak
- A vetítés egyszerűsödik:

$$\mathbf{u}_i = \lambda_1 \tilde{\mathbf{P}}_1 \tilde{\mathbf{X}}_i \quad \mathbf{u}'_i = \lambda_2 \tilde{\mathbf{P}}_2 \tilde{\mathbf{X}}_i$$

- Ahol $\tilde{\mathbf{X}}_i = [X_i, Y_i, 1]^T$, és $\tilde{\mathbf{P}}_1$ az eredeti \mathbf{P}_1 projekciós mátrix a 3. oszlopot kivéve. $\tilde{\mathbf{P}}_2$ ugyanígy kapható \mathbf{P}_2 -ből

Síkhomográfia alkalmazása (1)

- $\tilde{\mathbf{P}}_1$ és $\tilde{\mathbf{P}}_2$ két négyzetes (3×3 -mas) mátrix
- A térbeli pont kiszámítható:

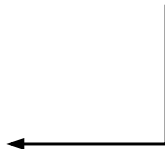
$$\frac{1}{\lambda_1} \tilde{\mathbf{P}}_1^{-1} \mathbf{u} = \mathbf{X} \quad \frac{1}{\lambda_2} \tilde{\mathbf{P}}_2^{-1} \mathbf{u}' = \mathbf{X}$$

- A két képen lévő pontok megfeleltethetők egymásnak:

$$\mathbf{u}' = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \tilde{\mathbf{P}}_2 \tilde{\mathbf{P}}_1^{-1} \mathbf{u}$$

- A két pontot a $\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \tilde{\mathbf{P}}_2 \tilde{\mathbf{P}}_1^{-1}$ mátrix köti össze, melynek mérete 3×3
 → Ez egy homográfia.

Síkhomográfia alkalmazása (1) : plakát illesztése



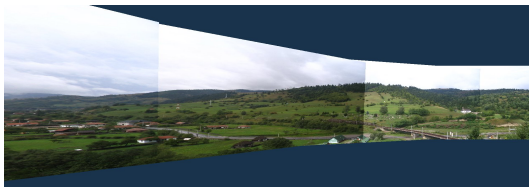
Síkhomográfia alkalmazása (2)

- Adott egy 3D-s világ, melyet lefényképezünk ugyanabból a pontból, de különböző irányból
 - Panoráma készítése.
- Koordinátarendszer origóját tegyük a kamerák középpontjába.
- Kamerák projekciós mátrixai: $\mathbf{P}_1 = \mathbf{K}_1[\mathbf{R}_1|0]$ és $\mathbf{P}_2 = \mathbf{K}_2[\mathbf{R}_2|0]$
- $\mathbf{u} = \mathbf{K}[\mathbf{R}|0][X, Y, Z, 1]^T$ vetítés esetén a térbeli pont homogén koordinátája (1) kiesik.
- Két képpont között a transzformáció felírható:

$$\mathbf{u}' = \mathbf{K}_2\mathbf{R}_2\mathbf{R}_1^T\mathbf{K}_1^{-1}\mathbf{u}$$

- A két pontot a $\mathbf{K}_2\mathbf{R}_2\mathbf{R}_1^T\mathbf{K}_1^{-1}$ mátrix köti össze, melynek mérete 3×3
 - Ez is egy homográfia.

Síkhomográfia alkalmazása (2) : panorámakép készítése



Outline

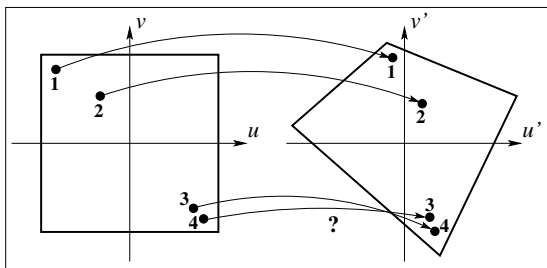
- 1 **Kameramodellek**
 - Perspektív kamera
 - Gyengén perspektív kamera
 - Kameramodellek összehasonlítása
 - Perspektív visszavetítés a térbe

- 2 **Homográfia**
 - **Síkhomográfia becslése**
 - Nemlineáris becslés geometriai hiba minimalizálásával

- 3 **Kamerakalibráció**
 - Kalibráció térbeli tárgygal
 - Radiális lencsetorzítás korigálása

- 4 **Összefoglaló**

Homográfia becslése pontmegfeleltetés alapján



- Adott m pontmegfeleltetés $\mathbf{u}_i \rightarrow \mathbf{u}'_i$: $\mathbf{u}'_i \sim H\mathbf{u}_i$, $i = 1, \dots, m$
- Feladat: H becslése
 - legalább $m = n + 2$ megfeleltetés kell (síkhomográfiahoz 4)
 - ha több van, túlhatározott egyenletrendszert kapunk
- Hibás megfeleltetések \rightarrow robusztus módszerek kellenek
 - sok megfeleltetés \rightarrow outlier detektálás

Síkhomográfia Descartes koordinátákkal

$$\alpha \begin{bmatrix} u' \\ v' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix},$$

ahol $\alpha \neq 0$ tetszőleges skálázási tényező.

Ebből megkapjuk, hogy

$$u' = \frac{h_{11}u + h_{12}v + h_{13}}{h_{31}u + h_{32}v + h_{33}} = \frac{\mathbf{h}_1^T \mathbf{u}}{\mathbf{h}_3^T \mathbf{u}}, \quad (16)$$

$$v' = \frac{h_{21}u + h_{22}v + h_{23}}{h_{31}u + h_{32}v + h_{33}} = \frac{\mathbf{h}_2^T \mathbf{u}}{\mathbf{h}_3^T \mathbf{u}}, \quad (17)$$

ahol \mathbf{h}_i a H mátrix i -ik sora

Síkhomográfia lineáris becslése 1/2

A közös nevezővel megszorozva:

$$(h_{31}u + h_{32}v + h_{33})u' = h_{11}u + h_{12}v + h_{13} \quad (18)$$

$$(h_{31}u + h_{32}v + h_{33})v' = h_{21}u + h_{22}v + h_{23} \quad (19)$$

Az i . pontra felírva a fenti sorokat, megkapjuk, hogy $A_i \mathbf{h} = 0$, ahol

$$A_i = \begin{bmatrix} u_i & v_i & 1 & 0 & 0 & 0 & -u_i u'_i & -v_i u'_i & -u'_i \\ 0 & 0 & 0 & u_i & v_i & 1 & -u_i v'_i & -v_i v'_i & -v'_i \end{bmatrix}, \quad (20)$$

$$\mathbf{h} = [h_{11}, h_{12}, h_{13}, h_{21}, h_{22}, h_{23}, h_{31}, h_{32}, h_{33}]^T \quad (21)$$

Az összes pontra felírva az egyenleteket, kapunk egy $A\mathbf{h} = \mathbf{0}$ alakú homogén egyenletrendszert, ahol

$$A = [A_1, A_2, \dots, A_m]^T$$

Síkhomográfia lineáris becslése 2/2

- Kizárjuk a triviális $\mathbf{h} = \mathbf{0}$ megoldást
 - a \mathbf{h} -t csak skálázás erejéig tudjuk meghatározni
 - rögzítsük a normát, legyen $\|\mathbf{h}\| = 1$
- Ha $m = 4$ megfeleltetés van, és ezek ideálisak (nincs zaj v. hiba)
 - az A rangja 8, pontos megoldást kapunk
- Ha $m > 4$ megfeleltetés van, és ezek **nem** ideálisak (zaj, hibák)
 - csak közelítő megoldás van
 - minimalizáljuk $\|A\mathbf{h}\|$ -t: $\|\mathbf{h}\| = 1 \rightarrow$ minimalizáljuk $\|A\mathbf{h}\|/\|\mathbf{h}\|$ -t
 - a megoldás az $A^T A$ legkisebb sajátértékű sajátvektora
 - a megoldás megkapható az A legkisebb szinguláris értékű szinguláris (egység)vektoraként

A lineáris becslés tulajdonságai 1/2

- Lineáris módszer
 - egyértelmű megoldás
- Kisebb számításigény
 - gyors
- A módszer költségfüggvénye az ϵ hiba

$$\epsilon = \|\mathbf{Ah}\|$$

- Az ϵ -t **algebrai** hibának (távolságnak) hívják
 - geometriailag és statisztikailag nehezen értelmezhető
 - a megoldás nem mindig az, amit intuitíve elvárnánk

A lineáris becslés tulajdonságai 2/2

- Korlátozottan robusztus
 - mérsékelten zajos megfeleltetések
 - nincs teljesen hibás megfeleltetés (outlier)
 - egy ilyen hiba elronthatja az eredményt
 - "összeomlási küszöb" (*breakdown point*) nagyon alacsony
- Jó eredményhez előzetes **adatnormalizálás** szükséges
 - a komponensek azonos nagyságrendűek legyenek
 - az origó a súlypontba kerüljön
 - az origótól vett távolság $\sqrt{2}$ legyen
- Gyakran a lassúbb, de precízebb és robusztusabb **nemlineáris becslés** kiindulópontjának használják

Adatnormalizálás

- A kijelölt pontok koordinátarendszere tetszőlegesen változtatható.
- Eredeti homográfia: $[u_2, v_2, 1]^T \sim \mathbf{H}[u_1, v_1, 1]^T$
 - Módosított koordináták: $[u'_1, v'_1, 1]^T = \mathbf{T}_1[u_1, v_1, 1]^T$ és $[u'_2, v'_2, 1]^T = \mathbf{T}_2[u_2, v_2, 1]^T$
 - ahol \mathbf{T}_1 és \mathbf{T}_2 affin transzformációk, azaz eltolást, méretezést, forgatást és nyírást tartalmaznak.
 - Tipikusan súlypontra hozást és $\sqrt{2}$ vagy $\sqrt{3}$ (két- illetve háromdimenzióban) átlagos távolságra méretezést szokás végezni.
- Leképzés az új homográfival: $[u'_2, v'_2, 1]^T \sim \mathbf{H}'[u'_1, v'_1, 1]^T$
- Visszahelyettesítve: $\mathbf{T}_2[u_2, v_2, 1]^T \sim \mathbf{H}'\mathbf{T}_1[u_1, v_1, 1]^T$
- Ebből (\mathbf{T}_2^{-1} -vel balról szorozva): $[u_2, v_2, 1]^T \sim \mathbf{T}_2^{-1}\mathbf{H}'\mathbf{T}_1[u_1, v_1, 1]^T$
- Azaz $\mathbf{H} = \mathbf{T}_2^{-1}\mathbf{H}'\mathbf{T}_1$ vagy $\mathbf{H}' = \mathbf{T}_2\mathbf{H}\mathbf{T}_1^{-1}$:

Outline

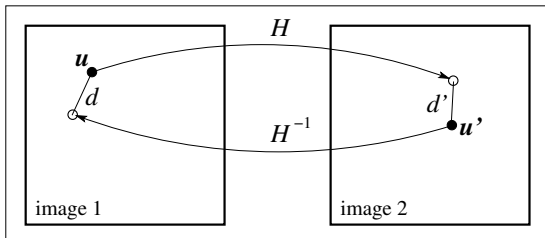
- 1 **Kameramodellek**
 - Perspektív kamera
 - Gyengén perspektív kamera
 - Kameramodellek összehasonlítása
 - Perspektív visszavetítés a térbe

- 2 **Homográfia**
 - Síkhomográfia becslése
 - **Nemlineáris becslés geometriai hiba minimalizálásával**

- 3 **Kamerakalibráció**
 - Kalibráció térbeli tárggyal
 - Radiális lencsetorzítás korrigálása

- 4 **Összefoglaló**

Vetítési hibák minimalizálása



- Vetítési hiba

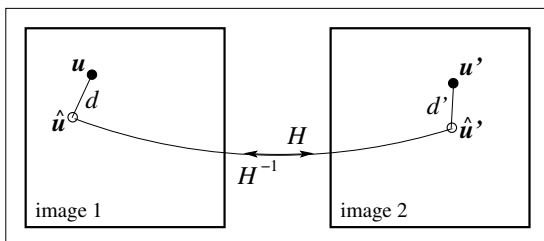
$$\sum_i [d(\mathbf{u}'_i, H\mathbf{u}_i)]^2$$

- Szimmetrikus vetítési hiba

$$\sum_i \left([d(\mathbf{u}'_i, H\mathbf{u}_i)]^2 + [d(\mathbf{u}_i, H^{-1}\mathbf{u}'_i)]^2 \right)$$

- Csak a H vetítést variáljuk: 9 változó, 8 szabadságfok

Újra vetítési hiba minimalizálása



- A H -t és az \mathbf{u}_i -t is variáljuk: $9 + 2m$ változó
- Olyan \hat{H} vetítést és **tökéletesen megfelelő** $\hat{\mathbf{u}}_i, \hat{\mathbf{u}}'_i$ pontokat keresünk, amelyek minimalizálják az újra vetítési hibát

$$\sum_i \left([d(\mathbf{u}_i, \hat{\mathbf{u}}_i)]^2 + [d(\mathbf{u}'_i, \hat{\mathbf{u}}'_i)]^2 \right) \text{ úgy, hogy } \hat{\mathbf{u}}'_i = \hat{H}\hat{\mathbf{u}}_i \quad \forall i$$

Síkhomográfia nemlineáris becslése

- Nemkonvex hibafüggvény
 - globális minimum nem garantált
 - jó kiindulópont (közelítő becslés) szükséges
- A módszert gyakran két lépésben alkalmazzák
 - 1 lineáris becslés
 - 2 nemlineáris minimalizálási algoritmus, pl. Levenberg-Marquardt
- Nagyszámú hibás megfeleltetés esetén robusztus módszer kell
 - outlier detektálás, robusztus statisztikák
 - medián, M-becslés, RANSAC

Nemlineáris becslés tulajdonságai

• Előnyök

- geometriailag és statisztikailag értelmezhető hibafüggvény
 - pontosság
 - robusztusság
 - újravetítési hiba minimalizálása statisztikailag optimális becslést ad
- maximális valószínűség (*maximum likelihood*, ML) becslés

• Hátrányok

- nemlineáris módszer → a megoldás nem egyértelmű
- lokális minimum függ a kiindulóponttól
- lassúbb, különösen az újravetítési hiba esetén

Kis angol szótár

- Vetítési hiba
 - *projection error*
 - *transfer error*
- Visszavetítési hiba
 - *back-projection error*
- Szimmetrikus vetítési hiba
 - *symmetric projection error*
 - *symmetric transfer error*
- Újravetítési hiba
 - *reprojection error*
- RANSAC
 - *RANdom SAmple Consensus*

Outline

- 1 **Kameramodellek**
 - Perspektív kamera
 - Gyengén perspektív kamera
 - Kameramodellek összehasonlítása
 - Perspektív visszavetítés a térbe
- 2 **Homográfia**
 - Síkhomográfia becslése
 - Nemlineáris becslés geometriai hiba minimalizálásával
- 3 **Kamerakalibráció**
 - Kalibráció térbeli tárgygal
 - Radiális lencsetorzítás korrigálása
- 4 **Összefoglaló**

Kamerakalibráció céljai és elvei 1/2

- Kamerakalibráció a 3D rekonstrukció fontos lépése
 - belső kameraparaméterek meghatározása
 - külső kameraparaméterek (pozíció, orientáció) meghatározása
- Kamerakalibráció két fő típusa
 - rekonstrukció előtti **fotogrammetrikus kalibráció**
 - rekonstrukcióval egyidejűleg történő, un. **autókalibráció**

Kamerakalibráció céljai és elvei 2/2

- Pontos rekonstrukcióhoz precíz **fotogrammetrikus** kalibráció kell
 - sztereó rekonstrukció csak előzetesen kalibrált kamerával lehetséges
- A kalibráció képi sajátságok azonosításán, megfeleltetésén alapul
 - jellemzőpontok
 - vonalak
- **Autókalibráció**
 - bonyolultabb
 - általában kevésbé robusztus és precíz

→ vele nem foglalkozunk

Kamerakalibráció kalibrációs objektummal

- Kalibrációs objektum vagy szintér
 - részben vagy teljesen ismert geometria
 - jellegzetes, jól azonosítható képi sajátosságok
- Részben ismert geometria
 - párhuzamos vonalak
 - sarkok, egymásra merőleges vonalak
 - pl. egy épület
- Teljesen ismert geometria
 - statikus 3D-s ponthalmaz
 - pl. négyzetes mintájú **kalibrációs kocka**
 - mozgó 2D-s ponthalmaz
 - pl. négyzetes mintájú **kalibrációs tábla** (sakktábla)

Outline

- 1 **Kameramodellek**
 - Perspektív kamera
 - Gyengén perspektív kamera
 - Kameramodellek összehasonlítása
 - Perspektív visszavetítés a térbe

- 2 **Homográfia**
 - Síkhomográfia becslése
 - Nemlineáris becslés geometriai hiba minimalizálásával

- 3 **Kamerakalibráció**
 - Kalibráció térbeli tárggyal
 - Radiális lencsetorzítás korigálása

- 4 **Összefoglaló**

Kalibráció térbeli tárggyal

- Adott m pontmegfeleltetés a tér és a sík pontjai között $\mathbf{X}_i \rightarrow \mathbf{u}_i$:
 $\mathbf{u}_i \sim P\mathbf{X}_i, \quad i = 1, \dots, m$
- Feladat: $P = KR [I | -t]$ becslése
 - legalább 6 megfeleltetés kell.
 - ha több van, túlhatározott egyenletrendszert kapunk
- Hibás megfeleltetések \rightarrow robusztus módszerek kellene
 - sok megfeleltetés \rightarrow outlier detektálás

Kalibráció Descartes koordinátákkal

$$\alpha \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & P_{24} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} & P_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix},$$

ahol $\alpha \neq 0$ tetszőleges skálázási tényező.

Ebből megkapjuk, hogy

$$u = \frac{P_{11}X + P_{12}Y + P_{13}Z + P_{14}}{P_{31}X + P_{32}Y + P_{33}Z + P_{34}} = \frac{\mathbf{p}_1^T \mathbf{X}}{\mathbf{p}_3^T \mathbf{X}}, \quad (22)$$

$$v = \frac{P_{21}X + P_{22}Y + P_{23}Z + P_{24}}{P_{31}X + P_{32}Y + P_{33}Z + P_{34}} = \frac{\mathbf{p}_2^T \mathbf{X}}{\mathbf{p}_3^T \mathbf{X}}, \quad (23)$$

ahol \mathbf{p}_i a P mátrix i -ik sora

Projekciós mátrix lineáris becslése 1/2

A közös nevezővel megszorozva:

$$(P_{31}X + P_{32}Y + P_{33}Z + P_{34})u = P_{11}X + P_{12}Y + P_{13}Z + P_{14} \quad (24)$$

$$(P_{31}X + P_{32}Y + P_{33}Z + P_{34})v = P_{21}X + P_{22}Y + P_{23}Z + P_{24} \quad (25)$$

Az i . pontra felírva a fenti sorokat, megkapjuk, hogy $A_i \mathbf{p} = 0$, ahol

$$A_i = \begin{bmatrix} X_i & Y_i & Z_i & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -u_i X_i & -u_i Y_i & -u_i Z_i & -u_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_i & Y_i & Z_i & 1 & -v_i X_i & -v_i Y_i & -v_i Z_i & -v_i \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$\mathbf{p} = [P_{11}, P_{12}, P_{13}, P_{14}, P_{21}, P_{22}, P_{23}, P_{24}, P_{31}, P_{32}, P_{33}, P_{34}]^T \quad (27)$$

Az összes pontra felírva az egyenleteket, kapunk egy $A\mathbf{p} = \mathbf{0}$ alakú homogén egyenletrendszeret, ahol

$$A = [A_1, A_2, \dots, A_m]^T$$

Projekciós mátrix lineáris becslése 2/2

- Kizárjuk a triviális $\mathbf{p} = \mathbf{0}$ megoldást
 - a \mathbf{p} -t csak skálázás erejéig tudjuk meghatározni
 - rögzítsük a normát, legyen $\|\mathbf{p}\| = 1$
- Ha $m = 6$ megfeleltetés van, és ezek ideálisak (nincs zaj v. hiba)
 - az A rangja 11, pontos megoldást kapunk
- Ha $m > 6$ megfeleltetés van, és ezek **nem** ideálisak (zaj, hibák)
 - csak közelítő megoldás van
 - minimalizáljuk $\|A\mathbf{p}\|$ -t: $\|\mathbf{p}\| = 1 \rightarrow$ minimalizáljuk $\|A\mathbf{p}\|/\|\mathbf{p}\|$ -t
 - a megoldás az $A^T A$ legkisebb sajátértékű sajátvektora
 - a megoldás megkapható az A legkisebb szinguláris értékű szinguláris (egység)vektoraként

Projekciós mátrix felbontása

- A projekciós mátrix felépítése

$$P = KR [I | -t] \quad (28)$$

- P mátrix első három oszlopa: $P_{3 \times 3} = KR$
 - RQ - dekompozícióval megoldható
 - Mátrixot felső háromszög és elforgatás szorzatára bontja
- P mátrix utolsó oszlopa:

$$p_4 = -KRt \quad (29)$$

- Azaz:

$$t = -R^T K^{-1} p_4 \quad (30)$$

Adatnormalizálás

- A képpontokat a homográfia becsléséhez teljesen hasonlóan érdemes normalizálni
- Eredeti leképzés: $[u, v, 1]^T \sim \mathbf{P}[X, Y, Z, 1]^T$
- Normalizáló transzformációk: $[u', v', 1]^T = \mathbf{T}_{2D}[u, v, 1]^T$ és $[X', Y', Z', 1]^T = \mathbf{T}_{3D}[X, Y, Z, 1]^T$
 - \mathbf{T}_{2D} kétdimenziós transzformáció (mérete: 3×3)
 - \mathbf{T}_{3D} háromdimenziós transzformáció (mérete: 4×4)
- Leképzés a normalizált koordinátákra:
 $[u', v', 1]^T \sim \mathbf{P}'[X', Y', Z', 1]^T$
- Megoldás hasonlóan a homográfia-becsléshez normalizált koordinátákkal:
 - $\mathbf{P} = \mathbf{T}_{2D}^{-1}\mathbf{P}'\mathbf{T}_{3D}$ vagy $\mathbf{P}' = \mathbf{T}_{2D}\mathbf{P}\mathbf{T}_{3D}^{-1}$.

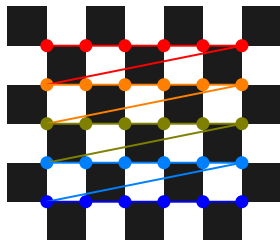
Kamerakalibráció kalibrációs táblával

- Z. Zhang, Microsoft Research, 1998
- Az egyik leggyakrabban használt, praktikus módszer
- Lencsetorzítást is kompenzál
- A mintás tábla könnyen és precízen elkészíthető
- Jó, megbízható és gyors kód az OpenCV-től
- Demo a YouTube-on
- Hátrányok
 - a táblát többször kell bemutatni kézremegés nélkül
 - és nem viselhetünk kockás inget :(

Kamerakalibráció kalibrációs kockával

- R.Y. Tsai, 1986
- Lencsetorzítást is kompenzál
- De kevésbé praktikus, mint a sakktáblás módszer
 - ritkábban használják
- Precíz mintás kockát nehezebb elkészíteni, mint táblát
 - különösen nagy méretben
 - kis kockával nehéz távoli kamerát kalibrálni
- Előnyök
 - nem kell mozgatni
 - egy kép is elég

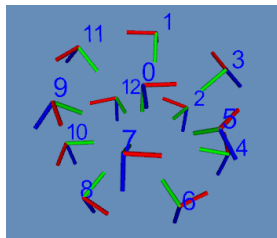
Kamerarendszer kalibrálása sakktáblával



sarkok sorrendje



sakktábla bemutatása



külső paraméterek

- A minta aszimmetrikus \rightarrow sarkok egyértelműen azonosíthatók
- A kalibrációs táblát változó orientációban kell megmutatni
- Külső kameraparaméterek közös koordináta-rendszerben

A saktáblás kalibráció elméleti elvei

- A módszer fő lépései
 - 1 a kalibrációs tábla és a képsík közötti homográfia becslése
 - 2 a K kalibrációs mátrix meghatározása
- A világ koordinátarendszere a táblához kötött
 - a Z tengely a táblára merőleges \rightarrow a táblán $Z = 0$ és

$$\alpha \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1 & \mathbf{r}_2 & \mathbf{t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix}, \text{ ahol} \quad (31)$$

- \mathbf{r}_1 és \mathbf{r}_2 az R elforgatási mátrix 1. és 2. oszlopa
- $H \doteq K \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1 & \mathbf{r}_2 & \mathbf{t} \end{bmatrix}$
- Feladatunk tehát a H becslése és a K meghatározása

A saktáblás homográfia becslése

- A tábla sarkai könnyen detektálhatók és azonosíthatók
 - elegendő számú pontra megkapjuk az $\mathbf{x}_i \rightarrow \mathbf{u}_i$ megfeleltetést
 - elméletileg 4 is elég
 - robusztussághoz minél több pontpár szükséges
 - precizitáshoz szubpixeles pontosságú sarokpozíció kell
 - lebegőpontosan meghatározott egyenesek kereszteződése
- A H becslésére felhasználjuk az előbb ismertetett módszereket
 - lineáris homográfia becslés algebrai hibafüggvénnyel
 - nemlineáris homográfia becslés geometriai hibafüggvénnyel
- A H -t egy tetszőleges nemnullás szorzó erejéig határozzuk meg
- Legyenek $\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \mathbf{h}_3$ a H oszlopai: $H \doteq [\mathbf{h}_1 \quad \mathbf{h}_2 \quad \mathbf{h}_3]$

A kalibrációs mátrix meghatározása 1/3

- Egyszerű logikai lépések

$$[\mathbf{h}_1 \quad \mathbf{h}_2 \quad \mathbf{h}_3] \sim K [\mathbf{r}_1 \quad \mathbf{r}_2 \quad \mathbf{t}]$$

$$[\mathbf{h}_1 \quad \mathbf{h}_2] \sim K [\mathbf{r}_1 \quad \mathbf{r}_2]$$

$$K^{-1} [\mathbf{h}_1 \quad \mathbf{h}_2] \sim [\mathbf{r}_1 \quad \mathbf{r}_2]$$

- \mathbf{r}_1 és \mathbf{r}_2 ortonormált, ezért

$$\mathbf{r}_1^T \mathbf{r}_2 = \mathbf{h}_1^T S \mathbf{h}_2 = 0, \quad (32)$$

$$\|\mathbf{r}_1\|^2 - \|\mathbf{r}_2\|^2 = \mathbf{h}_1^T S \mathbf{h}_1 - \mathbf{h}_2^T S \mathbf{h}_2 = 0, \quad (33)$$

- ahol $S \doteq K^{-T} K^{-1}$, $K^{-T} \doteq (K^{-1})^T$
- Ez S elemeire lineáris probléma. \rightarrow Meg tudjuk becsülni.

A kalibrációs mátrix meghatározása 2/3

- K kalibrációs mátrix:

$$K = \begin{bmatrix} fk_u & s & u_0 \\ 0 & fk_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- $S = \lambda K^{-T} K^{-1}$

$$\frac{S}{\lambda} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(fk_u)^2} & -\frac{s}{(fk_u)^2 fk_v} & \frac{u_0 fk_v - v_0 s}{(fk_u)^2 fk_v} \\ -\frac{s}{(fk_u)^2 fk_v} & \frac{s^2}{(fk_u)^2 (fk_v)^2} + \frac{1}{(fk_v)^2} & \frac{-s(u_0 fk_v - v_0 s)}{(fk_u)^2 (fk_v)^2} + \frac{v_0}{(fk_v)^2} \\ \frac{u_0 fk_v - v_0 s}{(fk_u)^2 fk_v} & \frac{-s(u_0 fk_v - v_0 s)}{(fk_u)^2 (fk_v)^2} + \frac{v_0}{(fk_v)^2} & 1 + \frac{v_0^2}{fk_v^2} + \frac{(u_0 fk_v - v_0 s)^2}{(fk_u)^2 (fk_v)^2} \end{bmatrix}$$

- Az S -nek 5 változója van: fk_u, fk_v, u_0, v_0, s
- Minden kép 2 egyenletet ad \rightarrow legalább 3 kép kell
- Robusztussághoz több kép szükséges \rightarrow túlhatározott rendszer
- Szokásos megoldás SVD-vel \rightarrow S mátrix

A kalibrációs mátrix meghatározása 3/3

- S mátrix \rightarrow zárt alakú megoldás a belső paraméterekre (K)

$$v_0 = \frac{(S_{11} S_{23} - S_{21} S_{13})}{S_{11} S_{22} - S_{12}^2}$$

$$\lambda = S_{33} - \frac{S_{13}^2 + v_0(S_{12} S_{13} - S_{11} S_{23})}{S_{11}}$$

$$fk_u = \sqrt{\frac{\lambda}{S_{11}}}$$

$$fk_v = \sqrt{\lambda S_{11} / (S_{11} S_{22} - S_{12}^2)}$$

$$s = -S_{12} fk_u^2 / \lambda$$

$$u_0 = sv_0 / fk_v - S_{13} fk_v^2 / \lambda$$

- Aki nem hiszi, járjon utána...

A külső kameraparaméterek meghatározása

$$[\mathbf{r}_1 \quad \mathbf{r}_2 \quad \mathbf{t}] = K^{-1}H \quad (34)$$

$$\mathbf{r}_3 = \mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2 \quad (35)$$

- Részletek: Z. Zhang, Technical Report vagy későbbi cikkei
- Letölthető szoftver: OpenCV, C++
 - <http://sourceforge.net/projects/opencvlibrary/>

Outline

- 1 **Kameramodellek**
 - Perspektív kamera
 - Gyengén perspektív kamera
 - Kameramodellek összehasonlítása
 - Perspektív visszavetítés a térbe

- 2 **Homográfia**
 - Síkhomográfia becslése
 - Nemlineáris becslés geometriai hiba minimalizálásával

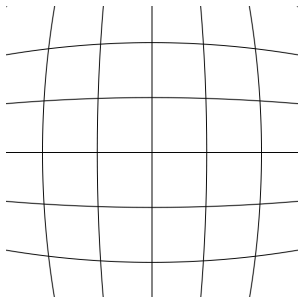
- 3 **Kamerakalibráció**
 - Kalibráció térbeli tárgygal
 - Radiális lencsetorzítás korrigálása

- 4 **Összefoglaló**

Radiális lencsetorzítás

- Lencsetorzítás gyakori jelenség
- Valós lencsékre a lineáris kameramodell nem teljesen jó
 - pl. világpont, képpont és fókuszpont nem esik egy egyenesre
 - színtéri egyenesekből a képen nem lesznek egyenesek
- A legfontosabb lencsetorzítás gyakran a **radiális torzítás**
 - optikában többféle radiális torzítást ismernek
 - legtöbbször a **hordó hatásról** beszélnek
 - a hordó hatást gyakran azonosítják radiális torzítással
- Radiális torzítást érdemes korrigálni
 - különösen, ha pontos mérésről vagy 3D-s modellről van szó
- A radiális torzítás korrigálása a kamerakalibráció szerves része
 - az OpenCV-s sakktáblás kalibrációs csomag is tartalmazza

A hordó hatás



hordó hatás szemléltetése



hordó hatás példája

- Egyenesekből a képen görbék lesznek
- Ez rövid fókusz távolságra (széles látószög) jellemző

forrás: Wikipedia

Radiális korrigálás modelje és becslése

$$\hat{\mathbf{u}} = \mathbf{u}_c + L(r)(\mathbf{u} - \mathbf{u}_c), \quad \text{ahol} \quad (36)$$

- \mathbf{u} a mért, $\hat{\mathbf{u}}$ a korrigált képpozíció
- \mathbf{u}_c a radiális torzítás középpontja
 - gyakran feltételezik, hogy \mathbf{u}_c egybeesik a \mathbf{u}_0 dőféspontal
- $L(r)$ egy harmadfokú polinom

$$L(r) = 1 + \kappa_1 r^2 + \kappa_2 r^4 + \kappa_3 r^6$$

- $r = \|\mathbf{u} - \mathbf{u}_c\|$ az \mathbf{u}_c -től mért távolság
- $L(r)$ a valós korrigálási függvény Taylor-szerű közelítése
 - $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$ kis számok
- A kalibráció során a modell beépül a homográfia becslésbe
 - a $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$ paraméterekre is megkapjuk az optimális becslést

OpenCV: tangenciális torzítás

$$\hat{x} = y_c + L_1(x, y)(x - x_c)$$

$$\hat{y} = y_c + L_2(x, y)(y - y_c)$$

- $L_{\{1,2\}}(x, y)$ polinomok szorzata

$$L_1(x, y) = 1 + 2p_1xy + p_2(r^2 + 2x^2)$$

$$L_2(x, y) = 1 + 2p_2xy + p_1(r^2 + 2y^2)$$

- $r = x^2 + y^2$ az optikai középponttól mért távolság
- p_1, p_2 kis számok
- Nem kötelező az összes paramétert megadni.
- A tangenciális torzítás kiegészíti, nem helyettesíti a radiális torzítást!

Outline

- 1 Kameramodellek
 - Perspektív kamera
 - Gyengén perspektív kamera
 - Kameramodellek összehasonlítása
 - Perspektív visszavetítés a térbe
- 2 Homográfia
 - Síkhomográfia becslése
 - Nemlineáris becslés geometriai hiba minimalizálásával
- 3 Kamerakalibráció
 - Kalibráció térbeli tárgygal
 - Radiális lencsetorzítás korrigálása
- 4 Összefoglaló

Kameramodellek és kamerakalibráció

- 1 Kameramodellek
 - Perspektív kamera
 - Gyengén perspektív kamera
 - Kameramodellek összehasonlítása
 - Perspektív visszavetítés a térbe

- 2 Homográfia
 - Síkhomográfia becslése
 - Nemlineáris becslés geometriai hiba minimalizálásával

- 3 Kamerakalibráció
 - Kalibráció térbeli tárgygal
 - Radiális lencsetorzítás korrigálása

- 4 Összefoglaló

Felhasznált források

- R.Hartley, A.Zisserman: "Multiple View Geometry in Computer Vision", Cambridge University Press
- M.Sonka, V.Hlavac, R.Boyle: "Image Processing, Analysis and Machine Vision", Thomson
- Y. Ma, S. Soatto, J. Kosecka, S. Shankar Sastry: "An Invitation to 3-D Vision", Springer
- Z. Zhang, "A Flexible New Technique for Camera Calibration", Microsoft Research, Technical Report MSR-TR-98-71, 1998
- Wikipedia: "Radial distortion (optics)"
- Hajder Levente: "Háromdimenziós objektum rekonstrukció videófelvetelekből"
 - vision.sztaki.hu/~hajder/rekonstrukcio/