

Számítógépes látás alapjai

Csetverikov Dmitrij, Hajder Levente

Eötvös Lóránd Egyetem, Informatikai Kar



Kétkamerás 3D-s rekonstrukció geometriai alapjai

- 1 Képalapú 3D-s rekonstrukció elvei
- 2 Kétkamerás sztereólátás geometriája
 - Epipoláris geometria
 - Esszenciális mátrix és fundamentális mátrix
 - Fundamentális mátrix becslése
- 3 Standard sztereo és rektifikálás
 - Standard sztereo mélységszámítása
 - Sztereóképek rektifikálása
- 4 3D-s rekonstrukció sztereóképekből
 - Trianguláció és metrikus rekonstrukció
 - Projektív rekonstrukció
 - Síkmozgás
- 5 Összefoglaló

Áttekintés

- 1 Képalapú 3D-s rekonstrukció elvei
- 2 Kétkamerás sztereólátás geometriája
 - Epipoláris geometria
 - Esszenciális mátrix és fundamentális mátrix
 - Fundamentális mátrix becslése
- 3 Standard sztereo és rektifikálás
 - Standard sztereo mélységszámítása
 - Sztereóképek rektifikálása
- 4 3D-s rekonstrukció sztereóképekből
 - Trianguláció és metrikus rekonstrukció
 - Projektív rekonstrukció
 - Síkmozgás
- 5 Összefoglaló

Egy statikus kalibrált kamera 1/2

- Mélység közvetlenül nem mérhető
 - ehhez legalább két kamera kell
- De a felület normálvektora becsülhető
 - normálvektor integrálás $\rightarrow$ felület
 - problémák felület-törések esetén
- Intenzitás-változás sima, kevésbé texturált felületen
 - **shape from shading**
 - intenzitás-változás $\rightarrow$ felület normálvektora
 - kevésbé robusztus
 - többértelműség lehetséges

Egy statikus kalibrált kamera 2/2

- Textúra-változás sima, jól texturált felületen
 - **shape from texture**
 - textúra-változás $\rightarrow$ felület normálvektora
 - kevésbé robusztus
- Változó fényforrás
 - fotometrikus sztereo (**photometric stereo**)
 - több mérés $\rightarrow$ felület normálvektora
 - robusztusabb, de itt is lehetséges a többértelműség
 - jó normálvektorok, finom részletek
 - kevésbé precíz pozíciók
- Speciális, részben ismert színtér
 - ház, szoba
 - $\rightarrow$ párhuzamos egyenesek, derékszögek
 - ritkán alkalmazható

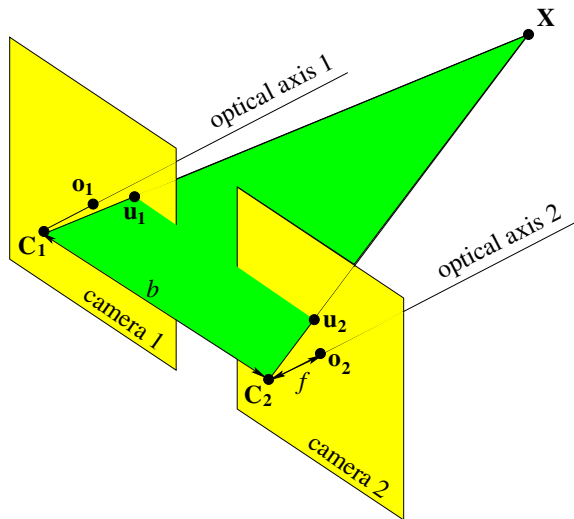
Sztereólátás elve: video szemléltetés

- 3D-s pont egyértelmű meghatározásához
 - legalább két különböző, kalibrált kamerakép szükséges
 - a pontot azonosítani (megfeleltetni) kell a kameraképeken
- Az eljárást **triangulációnak** hívják

Standard sztereo

- Két azonos, kalibrált kamera
- Párhuzamos optikai tengelyek
- Közös képsík, a képek alsó és felső határegyenesei megegyeznek.
- Kisebb, ismert bázistávolság (a két kamera között)
 - *narrow baseline*
- Működési elvek
 - a két kép (pontjainak) megfeleltetése
 - a mélység meghatározása triangulációval
- Triangulációhoz a következőket kell ismerni
 - b bázistávolságot
 - f fókusztávolságot
 - d diszparitást (*disparity*)
- Diszparitás: pont elmozdulása a két képen

Standard sztereo geometriája

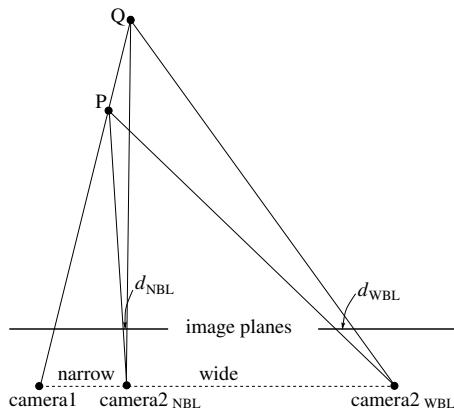


Széles bázistávolságú sztereo

- Két statikus, kalibrált kamera
 - vagy két felvétel egy kamerával, változó szemszögből
- Nagyobb bázistávolság
 - *wide baseline*
- Előnye a standard sztereóhoz képest
 - nagyobb diszparitások
 - precízebb mélységbecslés
- Hátránya
 - nagyobb geometriai torzítás
 - több takarás
 - nehezebb pontmegfeleltetés

Széles bázistávolság előnye

- P, Q pontok egy optikai sugaron vannak
 - az 1.kamerában nincs változás
 - egyszerűség kedvéért
- $d_{WBL} \gg d_{NBL}$
 - precízebb mélységbecslés WBL-re
- d_{NBL} nagyon kicsi
 - kevés pixel
 - kerekítési pontatlanság
 - mélység "réteges" lesz



Rekonstrukció több felvétel vagy video alapján

- Három statikus, kalibrált kamera
 - standard kétkamerás sztereo kiterjesztése
 - bizonyos technikai előnyök
- Több felvétel kalibrált vagy nem kalibrált kamerával
 - **multiview stereo**
- Rekonstrukció egy vagy több videófelvétel alapján
 - redundancia
 - autókalibráció változó kameraparaméterek esetén
 - dinamikus 3D modellek
- Sok kalibrált felvétel vagy videófelvétel
 - közelítő rekonstrukció megfeleltetés nélkül
 - pontosabb rekonstrukció megfeleltetéssel

Áttekintés

- 1 Képalapú 3D-s rekonstrukció elvei
- 2 **Kétkamerás sztereólátás geometriája**
 - Epipoláris geometria
 - Esszenciális mátrix és fundamentális mátrix
 - Fundamentális mátrix becslése
- 3 Standard sztereo és rektifikálás
 - Standard sztereo mélységszámítása
 - Sztereóképek rektifikálása
- 4 3D-s rekonstrukció sztereóképekből
 - Trianguláció és metrikus rekonstrukció
 - Projektív rekonstrukció
 - Síkmozgás
- 5 Összefoglaló

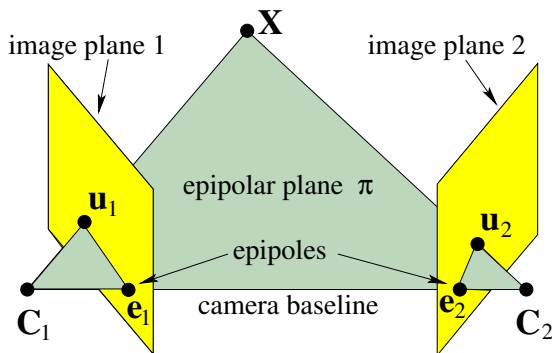
Megfeleltetés alapú sztereólátás

- Legtöbb képalapú rekonstrukciós módszer pontmegfeleltetést használ
 - nehéz feladat
- Kevesebb szabadságfok $\rightarrow$ gyorsabb, robusztusabb megfeleltetés
 - $\rightarrow$ geometriai kényszerek alkalmazása
- **Epipoláris geometria $\rightarrow$ epipoláris kényszer**
 - egyenesek megfeleltetése
 - $\rightarrow$ 2D-s keresés helyett 1D-s keresés
- Két kamerakép megfeleltetése epipoláris kényszerrel
 - kalibrálatlan kamerák $\rightarrow$ **fundamentális mátrix**
 - kalibrált kamerák $\rightarrow$ **esszenciális mátrix**
 - képek **rektifikálása** $\rightarrow$ képsorok megfeleltetése
 - $\rightarrow$ egyszerűbb 1D-s keresés

Áttekintés

- 1 Képalapú 3D-s rekonstrukció elvei
- 2 Kétkamerás sztereólátás geometriája
 - Epipoláris geometria
 - Esszenciális mátrix és fundamentális mátrix
 - Fundamentális mátrix becslése
- 3 Standard sztereo és rektifikálás
 - Standard sztereo mélységszámítása
 - Sztereóképek rektifikálása
- 4 3D-s rekonstrukció sztereóképekből
 - Trianguláció és metrikus rekonstrukció
 - Projektív rekonstrukció
 - Síkmozgás
- 5 Összefoglaló

Kétkamerás megfeleltetés geometriája

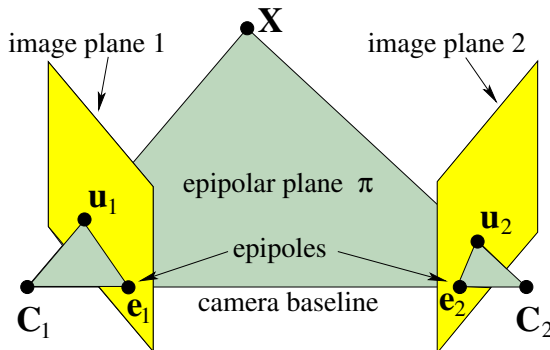


- A $C_1 C_2$ **bázisegyenes** a két fókuszpontot összekötő egyenes
- A bázisegyenes az e_1, e_2 **epipólusokban** metszi a két képsíkot
- Egy 3D-s pont és a két fókuszpont egy **epipoláris síkot** definiál

Kétkamerás megfeleltetés geometriája: video

- Az $\mathbf{X}$ pont az 1.képről visszavetített 3D-s egyenesen van
- A 2.képen az $\mathbf{u}_1$ megfelelője egy **epipoláris egyenesen** van
→ **epipoláris kényszer**
- A 1.képen $\mathbf{u}_1 \mathbf{e}_1$ a megfelelő epipoláris egyenes

Epipoláris geometria



- Minden sík, amely a bázisegyenest tartalmazza, egy epipoláris sík
- A π epipoláris sík az l_1, l_2 epipoláris egyenesekben metszi a két képsíkot
 - a két epipoláris egyenes **megfelel** egymásnak

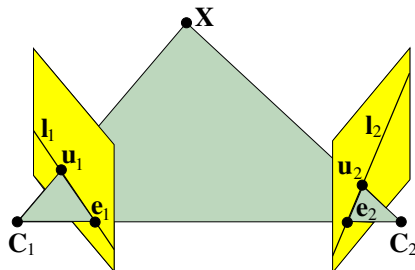
Epipoláris geometria: videó

- Amikor a 3D-s pont helye változik, az epipoláris sík "forog" a bázisegyeses körül
- Minden epipoláris egyenes metszi az epipólust

Áttekintés

- 1 Képalapú 3D-s rekonstrukció elvei
- 2 Kétkamerás sztereólátás geometriája
 - Epipoláris geometria
 - Esszenciális mátrix és fundamentális mátrix
 - Fundamentális mátrix becslése
- 3 Standard sztereo és rektifikálás
 - Standard sztereo mélységszámítása
 - Sztereóképek rektifikálása
- 4 3D-s rekonstrukció sztereóképekből
 - Trianguláció és metrikus rekonstrukció
 - Projektív rekonstrukció
 - Síkmozgás
- 5 Összefoglaló

Kalibrált kamerák: esszenciális mátrix 1/2



- Ismert kalibrációs mátrix K , ismeretlen R, t
 - a két koordináta-rendszer közötti elforgatás és eltolás
- A $C_1 u_1$, $C_2 u_2$, $C_1 C_2$ egyenesek egy síkban fekszenek

$$C_2 u_2 \cdot [C_1 C_2 \times C_1 u_1] = 0$$

Kalibrált kamerák: esszenciális mátrix 2/2

- Az 2. kamera koordináta-rendszerében, homogén koordinátákkal

$$\mathbf{u}_2 \cdot [\mathbf{t} \times R\mathbf{u}_1] = 0$$

- az **esszenciális mátrixszal** kifejezve (Longuet-Higgins, 1981)

$$\mathbf{u}_2^T E \mathbf{u}_1 = 0, \quad (1)$$

ahol az esszenciális (lényegi) mátrix

$$E \doteq [\mathbf{t}]_{\times} R \quad (2)$$

- $[\mathbf{a}]_{\times}$ a keresztszorzat-mátrix:

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = [\mathbf{a}]_{\times} \mathbf{b} \doteq \begin{bmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

Esszenciális mátrix tulajdonságai

- Az $\mathbf{u}_2^T E \mathbf{u}_1 = 0$ egyenlet a K -val **normalizált** (kalibrált) koordinátákra érvényes
 - normalizált kamera mátrix $P \rightarrow K^{-1}P = [R | -\mathbf{t}]$
 - normalizált képp koordináták $\mathbf{u} \rightarrow K^{-1}\mathbf{u}$
- A homogén $E = [\mathbf{t}]_{\times} R$ mátrixnak 5 szabadságfoka van
 - $3(R) + 3(\mathbf{t}) - 1(\lambda)$ (skálázási többértelműség)
- Az esszenciális mátrix rangja 2
 - két **azonos** nemnullás singuláris értéke van
- Az E mátrix **elforgatásra és eltolásra bontható** az SVD-vel
 - hasonlósági transzformáció erejéig (skálázási többértelműség)
 - a $\mathbf{t}$ előjele is bizonytalan

Kalibrálatlan kamerák: fundamentális mátrix

- Longuet-Higgins képlete **kalibrálatlan kamerák** esetén

$$\mathbf{u}_2^T F \mathbf{u}_1 = 0, \quad (3)$$

ahol a **fundamentális mátrix**

$$F \doteq K_2^{-T} E K_1^{-1} \quad (4)$$

- nem normalizált (kalibrálatlan) $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2$
- A homogén F mátrixnak 7 szabadságfoka van
- Az F mátrix rangja 2
 - epipoláris egyenesek egy pontban metszik egymást
 - $\det F = 0 \rightarrow F$ szinguláris, nem invertálható
- epipoláris egyenesek: $\mathbf{l}_1 = F^T \mathbf{u}_2, \mathbf{l}_2 = F \mathbf{u}_1$
- epipólusok: $F \mathbf{e}_1 = \mathbf{0}, \mathbf{e}_2 F^T = \mathbf{0}^T$

Áttekintés

- 1 Képalapú 3D-s rekonstrukció elvei
- 2 Kétkamerás sztereólátás geometriája
 - Epipoláris geometria
 - Esszenciális mátrix és fundamentális mátrix
 - **Fundamentális mátrix becslése**
- 3 Standard sztereo és rektifikálás
 - Standard sztereo mélységszámítása
 - Sztereóképek rektifikálása
- 4 3D-s rekonstrukció sztereóképekből
 - Trianguláció és metrikus rekonstrukció
 - Projektív rekonstrukció
 - Síkmozgás
- 5 Összefoglaló

A feladat megfogalmazása

- Adott N pontmegfeleltetés: $\{\mathbf{u}_{1i} \leftrightarrow \mathbf{u}_{2i}\}, i = 1, 2, \dots, N$
 - Az F mátrixnak 7 szabadságfoka van $\rightarrow N \geq 7$ kell
 - a gyakorlatban használt algoritmusoknál $N \geq 8$
 - a megfeleltetések **zajosak** $\rightarrow$ csak becslésről lehet szó
 - ha **hibás** megfeleltetések is vannak, akkor $N \gg 7$ kell
- Tudjuk, hogy $\mathbf{u}_{2i}^T F \mathbf{u}_{1i} = 0$
- Célünk egy olyan mátrix kiszámítása, amely
 - lehetőleg jobban közelíti az F -et, pl. a Frobenius norma szerint
 - szinguláris

Normalizált nyolcpontos algoritmus

Input: N pontmegfeleltetés $\{\mathbf{u}_{1i} \leftrightarrow \mathbf{u}_{2i}\}$, $N \geq 8$

Output: F fundamentális mátrix

Algoritmus: Normalizált 8-pontos algoritmus

- 1 Adatnormalizálás külön a két ponthalmazra
 - eltolás
 - skálázás
- 2 Az $\hat{F}'$ mátrix meghatározása normalizált adatokra
 - (a) Lineáris megoldás az SVD-vel $\rightarrow \hat{F}$
 - (b) A $\det \hat{F} = 0$ szingularitási kényszer érvényesítése $\rightarrow \hat{F}'$
- 3 Denormalizálás
 - $\hat{F}' \rightarrow F$

Adatnormalizálás és denormalizálás

- **Adatnormalizálás** célja robusztusság növelése
 - **kötelező lépés:** különben numerikus stabilitás sincs
 - hibafüggvény komponensei hasonló nagyságrendűek legyenek
 - hatásuk hibafüggvényre összemérhető legyen
- A két ponthalmazt külön normalizáljuk T_1 ill. T_2 transzformációval
 - eltolás: az origót a ponthalmaz súlypontjába helyezzük
 - skálázás: az origótól való átlagos távolságot $\sqrt{2}$ -re normáljuk
- **Denormalizálással** visszatérünk az eredeti adatokhoz

$$\hat{F} = T_2^T \hat{F}' T_1 \quad (5)$$

Lineáris egyenletrendszer az F mátrix elemeire

- Minden pontpárra $\mathbf{u}_2^T F \mathbf{u}_1 = 0$, ahol $\mathbf{u}_k = [u_k, v_k, 1]^T, k = 1, 2$
- Az F mátrix f_{mn} elemeire teljesül az alábbi lineáris egyenlet

$$u_2 u_1 f_{11} + u_2 v_1 f_{12} + u_2 f_{13} + v_2 u_1 f_{21} + v_2 v_1 f_{22} + v_2 f_{23} + u_1 f_{31} + v_1 f_{32} + f_{33} = 0$$

- Bevezetjük a $\mathbf{f} = [f_{11}, f_{12}, \dots, f_{33}]^T$ vektort és átírjuk az egyenletet skaláris szorzat alakban

$$[u_2 u_1, u_2 v_1, u_2, v_2 u_1, v_2 v_1, v_2, u_1, v_1, 1] \mathbf{f} = 0$$

- Az összes N pontmegfeleltetésre, $\{\mathbf{u}_{1i} \leftrightarrow \mathbf{u}_{2i}\}$

$$A \mathbf{f} = \begin{bmatrix} u_{21} u_{11} & u_{21} v_{11} & u_{21} & v_{21} u_{11} & v_{21} v_{11} & v_{21} & u_{11} & v_{11} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ u_{2N} u_{1N} & u_{2N} v_{1N} & u_{2N} & v_{2N} u_{1N} & v_{2N} v_{1N} & v_{2N} & u_{1N} & v_{1N} & 1 \end{bmatrix} \mathbf{f} = \mathbf{0}$$

Az egyenletrendszer megoldása

- Hasonlóan járunk el, mint **síkhomográfia** becslésénél
- Kizárjuk a triviális $\mathbf{f} = \mathbf{0}$ megoldást
 - az $\mathbf{f}$ vektort csak skálázás erejéig tudjuk meghatározni
→ rögzítsük a normát, legyen $\|\mathbf{f}\| = 1$
- Ha a megfeleltetések ideálisak és $\text{rank } A \leq 8$
 - $\text{rank } A < 8 \rightarrow$ többértelmű megoldás
 - $\text{rank } A = 8 \rightarrow$ egyértelmű megoldás
- Ha a megfeleltetések zajosak, lehetséges, hogy $\text{rank } A = 9$
 - csak közelítő megoldás van: minimalizáljuk a $\|A\mathbf{f}\|$ algebrai hibát
 - $\|\mathbf{f}\| = 1 \rightarrow$ minimalizáljuk $\|A\mathbf{f}\|/\|\mathbf{f}\|$ -t
→ a megoldás az $A^T A$ legkisebb sajátértékű sajátvektora
- A megoldás megkapható az A legkisebb szinguláris értékű szinguláris (egység)vektoraként
 - $A = UDV^T \rightarrow$ a V mátrix utolsó oszlopa

A szingularitási kényszer érvényesítése

- Ha nem érvényesítjük a $\det F = 0$ kényszert,
 - az epipoláris egyenesek nem fogják egy pontban metszeni egymást
→ pontatlan epipoláris geometria → hibás rekonstrukció
- Az egyenletrendszer megoldása nem garantálja, hogy $\det \hat{F} = 0$
- A probléma lehetséges kikerülése: keressünk olyan $\hat{F}'$ mátrixot, amelyre
 - az $\|\hat{F} - \hat{F}'\|$ Frobenius norma minimális
 - $\det \hat{F}' = 0$
- Ehhez felhasználjuk a kiszámított $A = UDV^T$ SVD-t
 - $D = \text{diag}(\delta_1, \delta_2, \delta_3)$ a szinguláris értékek diagonális mátrixa,
 $\delta_1 \geq \delta_2 \geq \delta_3$
 - az alábbi mátrix eleget tesz a fenti feltételeknek:

$$\hat{F}' = U \text{diag}(\delta_1, \delta_2, 0) V^T \quad (6)$$

Az epipólusok meghatározása az F alapján

- Az epipólusok az F ill. F^T nullaterei: $F\mathbf{e}_1 = \mathbf{0}$, $\mathbf{e}_2 F^T = \mathbf{0}^T$
- A fundamentális mátrixból az epipólusokat az SVD-vel lehet meghatározni
- A 8-pontos algoritmus garantálja, hogy az F -nek pontosan egy zérus szinguláris értéke lesz
- Kiszámítjuk az $F = UDV^T$ SVD-t, akkor
 - $\mathbf{e}_1$: V mátrixnak a zérus szinguláris értéknek megfelelő oszlopa
 - $\mathbf{e}_2$: U mátrixnak a zérus szinguláris értéknek megfelelő oszlopa
- Az algoritmusnak így legalább 8 megfeleltetett pontpár kell
 - vannak más algoritmusok, amelyeknek 6 pontpár is elég
 - ezek nem használják a fundamentális mátrixot

A 8-pontos algoritmus alkalmazhatósága

- Működési elvekben hasonlít a homográfia lineáris becslésére
 - kisebb különbség: szingularitási kényszer
 - hasonló tulajdonságok
 - egyszerű, gyors; egyértelmű megoldás
- Az $\epsilon = \|Af\|$ hibafüggvény nehezen értelmezhető
 - az F elemeinek jelentősége és megkötöttsége különböző
 - a módszer nem optimális
- Az algoritmus korlátozottan robusztus
 - mérsékelt zajos megfeleltetések
 - nincs teljesen hibás megfeleltetés (outlier)
 - egy ilyen hiba elronthatja az eredményt
 - "összeomlási küszöb" (*breakdown point*) nagyon alacsony
- Gyakran önmagában is elfogadható eredményt ad
 - a precízebb és robusztusabb nemlineáris módszerek kiindulópontjának is alkalmazzák

Nemlineáris eljárások az F kiszámítására

- Algebrai hibafüggvény
 - epipólus kiszámítása és beépítése hibafüggvénybe
 - epipólus iteratív becslése és beépítése hibafüggvénybe
- Geometriai hibafüggvény
 - vetítési hiba
 - újrvetítési hiba, pontos vagy közelítő
- A Gold Standard módszer
 - újrvetítési hiba minimalizálása
 - statisztikailag optimális becslés normál eloszlású zaj esetén
 - kiinduló becslés a normalizált 8-pontos algoritmussal
 - utána sokparaméters iteratív optimalizálás a Levenberg-Marquard algoritmussal
 - ritka mátrixok, speciális LM-algoritmus gyors működéshez

RANSAC-alapú automatikus módszer

- **Bemenet:** két jellemzőpont-halmaz, **megfeleltetések nélkül**
 - az eddigi módszereknek **hibátlan** megfeleltetések szükségesek
 - nehéz számítógéppel garantálni → emberi beavatkozás kellhet
- Teljesen automatikus: maga keresi a megfeleltetéseket
- Robusztus: nagyszámú hibás adat esetén is alkalmazható
- Működési elvek
 - ismételten véletlenszerűen kiválaszt, tesztel pontpárokat
 - lineáris módszerrel keresi a hibakorláton belüli megfeleltetéseket
 - sok teszt után az összegyűjtött inlierek-re alkalmazza az LM-algoritmust, geometriai hibafüggvénnyel
- Lehetséges hátrányok
 - a tesztek száma a hibás adatok feltételezett arányától függ
 - az algoritmus lassú lehet
 - a hibakorlát kritikus paraméter, néha nehéz beállítani

Epipoláris geometria automatikus becslése: 1.példa



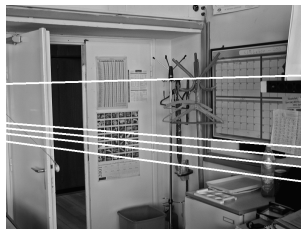
KLT jellemzőpontok 1



KLT jellemzőpontok 2



epipoláris egyenesek 1



epipoláris egyenesek 2

Epipoláris geometria automatikus becslése: 2.példa



Áttekintés

- 1 Képalapú 3D-s rekonstrukció elvei
- 2 Kétkamerás sztereólátás geometriája
 - Epipoláris geometria
 - Esszenciális mátrix és fundamentális mátrix
 - Fundamentális mátrix becslése
- 3 **Standard sztereo és rektifikálás**
 - Standard sztereo mélységszámítása
 - Sztereóképek rektifikálása
- 4 3D-s rekonstrukció sztereóképekből
 - Trianguláció és metrikus rekonstrukció
 - Projektív rekonstrukció
 - Síkmozgás
- 5 Összefoglaló

Áttekintés

- 1 Képalapú 3D-s rekonstrukció elvei
- 2 Kétkamerás sztereólátás geometriája
 - Epipoláris geometria
 - Esszenciális mátrix és fundamentális mátrix
 - Fundamentális mátrix becslése
- 3 Standard sztereo és rektifikálás
 - Standard sztereo mélységszámítása
 - Sztereóképek rektifikálása
- 4 3D-s rekonstrukció sztereóképekből
 - Trianguláció és metrikus rekonstrukció
 - Projektív rekonstrukció
 - Síkmozgás
- 5 Összefoglaló

Standard sztereo geometriája

$$\frac{u_1}{f} = \frac{h - X}{Z}$$

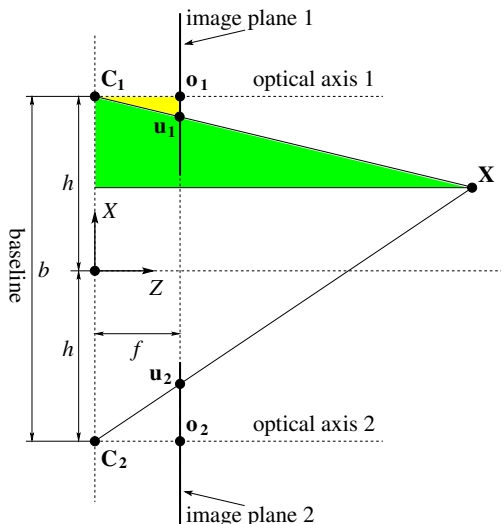
$$-\frac{u_2}{f} = \frac{h+X}{Z}$$

$$V_1 = V_2$$

$$Z = \frac{2hf}{u_1 - u_2} = \frac{bf}{d}$$

$$X = -\frac{b(u_1 + u_2)}{2d}$$

$$\gamma = \frac{bv_1}{d} = \frac{bv_2}{d}$$

$$d \doteq u_1 - u_2 \text{ diszparitás}$$


Mélységszámítás pontossága

- Ha $d \rightarrow 0$, $Z \rightarrow \infty$
 - távoli pontok diszparitása kicsi
- Diszparitáshiba és mélységhiba viszonya

$$\frac{|\Delta Z|}{Z} = \frac{|\Delta d|}{|d|}$$

- diszparitás növelésével csökken a relatív mélységhiba
→ nő a mélység pontossága
- A bázistávolság hatása

$$d = \frac{bf}{Z}$$

- nagyobb b -re azonos mélység nagyobb diszparitást eredményez
→ nő a mélység pontossága
→ több pixel → nő a diszparitás pontossága

Áttekintés

- 1 Képalapú 3D-s rekonstrukció elvei
- 2 Kétkamerás sztereólátás geometriája
 - Epipoláris geometria
 - Esszenciális mátrix és fundamentális mátrix
 - Fundamentális mátrix becslése
- 3 Standard sztereo és rektifikálás
 - Standard sztereo mélységszámítása
 - Szttereóképek rektifikálása
- 4 3D-s rekonstrukció sztereóképekből
 - Trianguláció és metrikus rekonstrukció
 - Projektív rekonstrukció
 - Síkmozgás
- 5 Összefoglaló

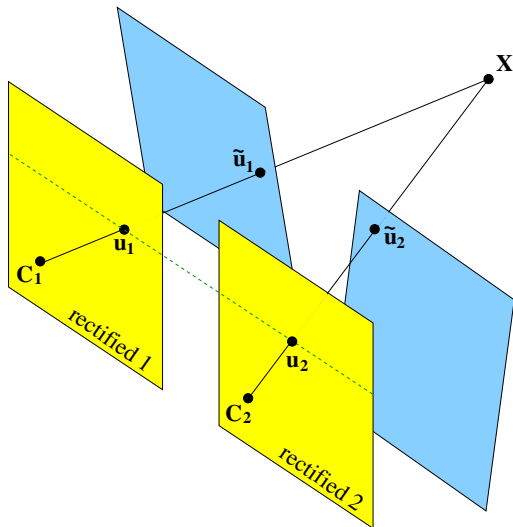
Rektifikálás célja és elvei

- Rektifikálás bemenete egy **nem standard** sztereo képpár
- Rektifikálás célja a sztereo pontmegfeleltetés megkönnyítése
 - a megfelelő pontok azonos sorban lesznek a két képen
 - standard sztereo, egydimenziós keresés
- Rektifikálás az epipoláris geometrián alapul
 - az epipoláris geometriának megfelelően transzformáljuk a képpárt
 - egymásnak megfelelő epipoláris egyenesek azonos sorba kerülnek
 - az epipólusok végtelenbe kerülnek
- Rektifikáláshoz a fundamentális mátrixot kell ismerni
 - a mátrix magába foglalja az epipoláris geometriát

Rektifikálási algoritmusok

- Csak az általános működési elveket ismertetjük
 - rektifikálás összetett eljárás
 - **nem kötelező lépés**, vannak hátrányai is
- Végtelen számú síkhomográfia van, amely egy adott képpárt rektifikál
 - rektifikált képek anizotróp skálázása rektifikált képeket ad
 - bonyolultabb affin képtorzításokra is igaz
- Ezért olyan síkhomográfiát keresnek, amely
 - eleget tesz a rektifikációs feltételeknek
 - az eredeti képekhez viszonyítva minimális torzításokkal vagy információ-vesztességgel jár
- Kalibrált kamerákra az eljárások lényegesen egyszerűsödnek

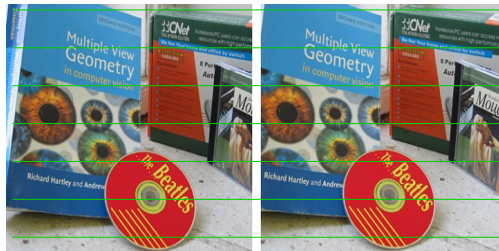
Rektifikálás geometriája



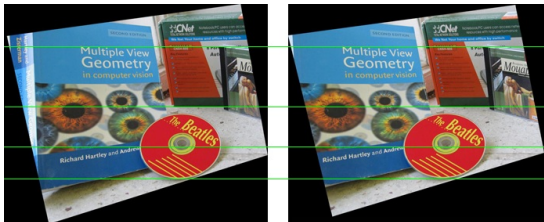
Rektifikálás folyamata: video

A két epipólus a végtelenbe tart

Rektifikálás: példa



előtte



utána

Rektifikálás előnyei és gyakorlati feltételei

- Olyan adatstruktúrát eredményez, amely (elvileg) standard sztereóra redukálja a megfeleltetést
 - alkalmazhatunk számos, standard sztereóra kidolgozott algoritmust
- Jól szemlélteti az epipoláris geometria lényegét
- A gyakorlatban a geometriát nagyon pontosan kell felépíteni
 - különben a rektifikált képeken a sorok "elcsúsznak"
 - nem találjuk meg a megfelelő pontokat

Rektifikálás hátrányai

- Széles bázistávolságú sztereo nagyobb képtorzítással jár
 - rektifikálás gyakran még jobban torzítja a képeket
 - standard sztereóból pixel-alapú eljárásokat vehetünk át
 - ablak-alapú (pl. korrelációs) eljárásokat nem
- Rektifikált kép mérete és alakja más, mint az eredetié
 - bonyolítja a megfeleltetést
- Nem mindenki ért egyet rektifikálás szükségességével
 - egyes vélemények szerint a megfeleltetést az eredeti képeken kell elvégezni
 - az epipoláris kényszer figyelembe vételével
 - a pontok közvetlen környezetét is meg kell vizsgálni

Áttekintés

- 1 Képalapú 3D-s rekonstrukció elvei
- 2 Kétkamerás sztereólátás geometriája
 - Epipoláris geometria
 - Esszenciális mátrix és fundamentális mátrix
 - Fundamentális mátrix becslése
- 3 Standard sztereo és rektifikálás
 - Standard sztereo mélységszámítása
 - Sztereóképek rektifikálása
- 4 **3D-s rekonstrukció sztereóképekből**
 - Trianguláció és metrikus rekonstrukció
 - Projektív rekonstrukció
 - Síkmozgás
- 5 Összefoglaló

Sztereo rekonstrukció típusai

- **Teljesen kalibrált** rekonstrukció
 - **ismert külső és belső** kameraparaméterek
 - rekonstrukció triangulációval
 - ismert bázistávolság $\rightarrow$ ismert skála
- **Metrikus (euklideszi)** rekonstrukció
 - **ismert belső** kameraparaméterek, ismert $n \geq 8$ pontmegfeleltetés
 - külső kameraparaméterek meghatározása **esszenciális mátrixból**
 - rekonstrukció hasonlósági transzformáció erejéig
 - $\rightarrow$ skála erejéig
- **Projektív rekonstrukció**
 - **ismeretlen** kameraparaméterek, ismert $n \geq 8$ pontmegfeleltetés
 - projekciós mátrixok meghatározása **fundamentális mátrixból**
 - rekonstrukció projektív transzformáció erejéig
- Projektív rekonstrukciótól metrikus rekonstrukcióig
 - projektív rekonstrukció "feljavítása" (*upgrade*)

Áttekintés

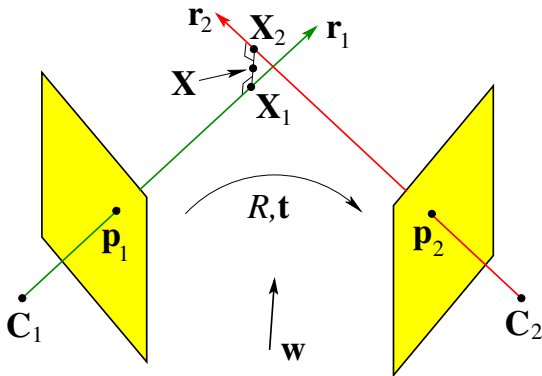
- 1 Képalapú 3D-s rekonstrukció elvei
- 2 Kétkamerás sztereólátás geometriája
 - Epipoláris geometria
 - Esszenciális mátrix és fundamentális mátrix
 - Fundamentális mátrix becslése
- 3 Standard sztereo és rektifikálás
 - Standard sztereo mélységszámítása
 - Sztereóképek rektifikálása
- 4 3D-s rekonstrukció sztereóképekből
 - Trianguláció és metrikus rekonstrukció
 - Projektív rekonstrukció
 - Síkmozgás
- 5 Összefoglaló

Trianguláció

● Feladat

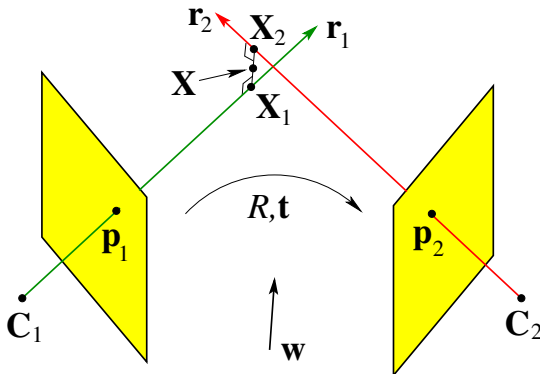
- ismerjük a két kamera külső és belső paramétereit
- ismerjük a 3D-s $\mathbf{X}$ pont $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2$ vetületeit a kép képen
- meg kell határozni az $\mathbf{X}$ térbeli pozícióját
- A két kalibrációs mátrix ismert, ezért **kalibrált** mennyiségekkel dolgozunk
 - kalibrált kamera mátrix $K^{-1}P = [R | -\mathbf{t}]$
 - kalibrált koordináták $\mathbf{p} = K^{-1}\mathbf{u}$
- Az egyszerűség kedvéért feltételezzük, hogy a világ koordináta-rendszere egybeesik az 1.kameráéval
 - **nem homogén koordinátákat** használunk
 - $\mathbf{p}_2 = R(\mathbf{p}_1 - \mathbf{t}), \mathbf{p}_1 = \mathbf{t} + R^T \mathbf{p}_2$
- Visszavetítjük a két képpontot a térbe
 - kalibrációs pontatlanságok miatt a két sugár **nem metszi** egymást
 - hogyan határozzuk meg az $\mathbf{X}$ pontot?

Lineáris triangulációs algoritmus: geometria



- Az X_1X_2 szakasz merőleges r_1 -re és r_2 -re
- A keresett X pont az X_1X_2 szakasz közepén fekszik
- A w vektor párhuzamos az X_1X_2 -vel

Lineáris triangulációs algoritmus: jelölések



- $\alpha \mathbf{p}_1$ egy pont az $\mathbf{r}_1$ sugaron ($\alpha \in \mathbb{R}$)
- $\mathbf{t} + \beta R^T \mathbf{p}_2$ egy pont az $\mathbf{r}_2$ sugaron ($\beta \in \mathbb{R}$)
 → az 1.kamera koordináta-rendszerében
- Legyen $\mathbf{X}_1 = \alpha_0 \mathbf{p}_1$, $\mathbf{X}_2 = \mathbf{t} + R^T(\beta_0 \mathbf{p}_2 - \mathbf{t})$

Lineáris triangulációs algoritmus: feladat és megoldás

• Feladat

- az $\mathbf{X}_1\mathbf{X}_2$ szakasz (középpontjának) meghatározása
 $\rightarrow \alpha_0, \beta_0$ kiszámítása

• Vegyük észre, hogy

- a $\mathbf{w} = \mathbf{p}_1 \times R^T(\mathbf{p}_2 - \mathbf{t})$ vektor merőleges $\mathbf{r}_1$ -re és $\mathbf{r}_2$ -re
- az $\alpha\mathbf{p}_1 + \gamma\mathbf{w}$ vonal párhuzamos $\mathbf{w}$ -vel és átmegy $\alpha\mathbf{p}_1$ -n ($\gamma \in \mathbb{R}$)

$\rightarrow \alpha_0, \beta_0$ a következő lineáris egyenletrendszer megoldása (γ_0 is kijön):

$$\alpha\mathbf{p}_1 + \mathbf{t} + \beta R^T(\mathbf{p}_2 - \mathbf{t}) + \gamma[\mathbf{p}_1 \times R^T(\mathbf{p}_2 - \mathbf{t})] = 0 \quad (7)$$

- A megoldás visszahelyettesítéssel, pl. : $\alpha_0\mathbf{p}_1$
- Akkor van egyértelmű megoldás, ha $\mathbf{r}_1$ és $\mathbf{r}_2$ nem párhuzamos

Lineáris triangulációs algoritmus: második megoldás

- Adott két vetített pontja az ismeretlen $\mathbf{X}$ térbeli pozíciónak:

$$\lambda_1 \mathbf{u}_1 = \mathbf{P}_1 \mathbf{X}$$

$$\lambda_2 \mathbf{u}_2 = \mathbf{P}_2 \mathbf{X}$$

- λ -k eltüntethetők. Mindkét egyenletből 2-2 egyenletet kaphatunk a koordinátákra:

$$u \mathbf{p}_3^T \mathbf{X} = \mathbf{p}_1^T \mathbf{X}$$

$$v \mathbf{p}_3^T \mathbf{X} = \mathbf{p}_2^T \mathbf{X}$$

- ahol $\mathbf{p}_i^T$ a $\mathbf{P}$ projekciós mátrix i -dik sora.
- Mindkét vetítés 2-2 egyenletet ad. Ismeretlen: $\mathbf{X}$ vektor.
- Homogén lineáris egyenletrendszer megoldása $\mathbf{X}$.
- Fontos: megoldás homogén koordinátákkal jön!

Pontosítás újravetítési hiba minimalizálásával

- Ha n pontpárunk van, a lineáris algoritmussal $\mathbf{X}_i$ pontokat kapunk, $i = 1, 2, \dots, n$
- Ezt a megoldást pontosítani lehet, és érdemes is
 - az **újravetítési hiba** minimalizálása **optimális megoldást** nyújt
 - síkhomográfiához hasonlóan, normál eloszlású zaj esetén
- Az újravetítési hiba minimalizálásához meg kell variálnunk
 - a kalibrált $\mathbf{p}_{1i}$ pontokat az 1.képen
 - a kalibrált projekciós mátrix összetevőit, R -t és $\mathbf{t}$ -t
 - a **belső** kameraparamétereket **nem** variáljuk
- A nemlineáris minimalizálás kiindulópontja
 - az $\mathbf{X}_i$ pontok vetületei az első képen
 - a kalibráláskor kapott, eredeti R és $\mathbf{t}$

Kötegbeállítás

- Olyan $\hat{R}, \hat{\mathbf{t}}$ vetítést és **tökéletesen megfelelő** $\hat{\mathbf{p}}_{1i}, \hat{\mathbf{p}}_{2i}$ pontokat keresünk, amelyek minimalizálják az újrvetítési hibát

$$\sum_i \left(\|\mathbf{p}_{1i} - \hat{\mathbf{p}}_{1i}\|^2 + \|\mathbf{p}_{2i} - \hat{\mathbf{p}}_{2i}\|^2 \right)$$

$$\text{úgy, hogy } \hat{\mathbf{p}}_{2i} = \hat{R} \left(\hat{\mathbf{p}}_{1i} - \hat{\mathbf{t}} \right) \quad \forall i$$

- A sokparaméteres minimalizálásra a "ritka" Levenberg-Marquardt algoritmust használják
 - sok paraméter, de kevés összefüggés $\rightarrow$ ritka mátrix
 - sparse matrix, sparse LM*
- A sugarak "kötegét" egyszerre kell pontosítani, beállítani
 - $\rightarrow$ az eljárást **kötegbeállításnak** nevezik
 - bundle adjustment*

Metrikus rekonstrukció esszenciális mátrix alapján

- Ismert belső kameraparaméterek, ismert $n \geq 8$ pontmegfeleltetés
 - az E mátrix alapján meg kell határozni külső kameraparamétereket
- Ismeretlen bázistávolság $\rightarrow$ ismeretlen skála
 - az ismeretlen bázistávolságot 1-re normalizálhatjuk
 $\rightarrow$ euklideszi rekonstrukció a skála erejéig
- Feltételezhetjük, hogy világkoordináta-rendszer egybeesik az 1.kameráéval
 - $\rightarrow$ homogén koordinátákkal $P_1 = [I|0]$, ahol I az egységmátrix
- A 2. kamera pozícióját az SVD-vel számítjuk ki
 - négy lehetséges megoldás lesz
 - ezekből csak az egyiket kell felhasználni

A 2. kameramátrix meghatározása SVD-vel

- Legyen az E SVD-je $E = UDV^T$, ahol $D = \text{diag}(\delta, \delta, 0)$
 → mint tudjuk, E -nek két azonos szinguláris értéke van
- Be lehet bizonyítani, hogy **4** lehetséges megoldás van

$$R_1 = UWV^T$$

$$R_2 = UW^T V^T$$

$$[t_1]_{\times} = \delta UZU^T$$

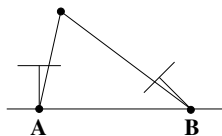
$$[t_2]_{\times} = -\delta UZU^T$$

- ahol

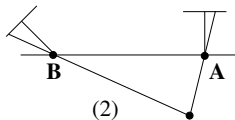
$$W \doteq \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad Z \doteq \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- A 2-2 megoldás kombinálásából jön a 4 megoldás.
- Ha R_1 vagy R_2 determinánsa negatív, invertálni kell a mátrixot!

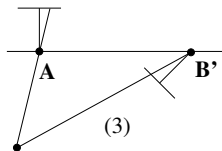
A négy lehetséges megoldás értelmezése



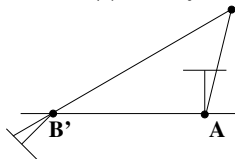
(1)



(2)



(3)



(4)

- Bal és jobb oszlop: a két kamera felcserélődik
- Felső és alsó sor: a B kamera megfordul a bázisegyenes körül
- Csak az 1. esetben a rekonstruált pont mindkét kamera előtt van

Áttekintés

- 1 Képalapú 3D-s rekonstrukció elvei
- 2 Kétkamerás sztereólátás geometriája
 - Epipoláris geometria
 - Esszenciális mátrix és fundamentális mátrix
 - Fundamentális mátrix becslése
- 3 Standard sztereo és rektifikálás
 - Standard sztereo mélységszámítása
 - Sztereóképek rektifikálása
- 4 3D-s rekonstrukció sztereóképekből
 - Trianguláció és metrikus rekonstrukció
 - Projektív rekonstrukció
 - Síkmozgás
- 5 Összefoglaló

Projektív rekonstrukció fundamentális mátrix alapján

- Ismertlen kameraparaméterek, ismert $n \geq 8$ pontmegfeleltetés
 - az F mátrix alapján meg kell határozni a két kameramátrixot
- Rekonstrukció tetszőleges projektív transzformáció erejéig lehetséges
 - ha H egy projektív transzfomáció, akkor $P_k \mathbf{X} = (P_k H)(H^{-1} \mathbf{X})$, $k = 1, 2$
 - ha $\mathbf{u}_1 \leftrightarrow \mathbf{u}_2$ $\mathbf{X}$ -re és P_k -ra, akkor $\mathbf{u}_1 \leftrightarrow \mathbf{u}_2$ $H^{-1} \mathbf{X}$ -re és $P_k H$ -ra
 - F -ből P_k -t csak H erejéig tudjuk meghatározni
- Megfelelő H -val P_1 mindig **kanonikus alakba** hozható
 - homogén koordinátákkal $P_1 = [I | \mathbf{0}]$

Kalibrált és nem kalibrált eset összefoglalója

	kalibrált eset	nem kalibrált eset
epipoláris kényszer	$\mathbf{u}_2^T K_2^{-T} E K_1^{-1} \mathbf{u}_1 = 0$	$\mathbf{u}_2^T F \mathbf{u}_1 = 0$
fundamentális mátrix	$E = [\mathbf{t}]_{\times} R$	$F = K_2^{-T} E K_1^{-1}$
epipólusok	$E K_1^{-1} \mathbf{e}_1 = \mathbf{0}$	$F \mathbf{e}_1 = \mathbf{0}$
	$\mathbf{e}_2^T K_2^{-T} E^T = \mathbf{0}^T$	$\mathbf{e}_2^T F^T = \mathbf{0}^T$
epipoláris egyenesek	$\mathbf{l}_1 = K_1^{-T} E^T K_2^{-1} \mathbf{u}_2$	$\mathbf{l}_1 = F^T \mathbf{u}_2$
	$\mathbf{l}_2 = K_2^{-T} E K_1^{-1} \mathbf{u}_1$	$\mathbf{l}_2 = F \mathbf{u}_1$
rekonstrukció	metrikus: $\mathbf{X}_m$	projektív: $\mathbf{X}_p = H \mathbf{X}_m$

Projektív rekonstrukció "feljavítása"

- A színtér metrikus rekonstrukciója benne van a lehetséges projektív rekonstrukciók halmazában
 - ki lehet-e onnan nyerni?
 - milyen plusz információ kell hozzá?
- Közvetlen (*direct*) módszer
 - ismerni kell legalább 5 pont euklideszi pozícióját
 - ki tudjuk számítani azt a H -t, amire $\mathbf{X}_m = H^{-1}\mathbf{X}_p$
- Rétegelt (*stratified*) módszer
 - egyenesek párhuzamossága, merőlegessége
 - projektív $\rightarrow$ affin $\rightarrow$ metrikus
 - affin rekonstrukcióban H nem projektív, hanem affin transzformáció
 - rekonstrukció affin transzformáció erejéig

A feljavításhoz felhasználható információ: video

- Egyenesek párhuzamossága
- Egyenesek merőlegessége

Áttekintés

- 1 Képalapú 3D-s rekonstrukció elvei
- 2 Kétkamerás sztereólátás geometriája
 - Epipoláris geometria
 - Esszenciális mátrix és fundamentális mátrix
 - Fundamentális mátrix becslése
- 3 Standard sztereo és rektifikálás
 - Standard sztereo mélységszámítása
 - Sztereóképek rektifikálása
- 4 3D-s rekonstrukció sztereóképekből
 - Trianguláció és metrikus rekonstrukció
 - Projektív rekonstrukció
 - Síkmozgás
- 5 Összefoglaló

Síkmozgás

- Úton haladó autó síkmozgást végez.
- Az úton halad és elfordul a jármű.
- Két képkockája a felvételnek sztereó problémát eredményez.
- A (világ-)koordinátarendszert a járműhöz rögzítjük, a Z tengely párhuzamos legyen az úttal.
- A kanyarodás Y tengely körüli forogással (β szöggel) írható le.
- Az eltolás kétdimenziós. Csak az irányát tudjuk rekonstruálni, ezt Y tengely körüli α szöggel való elfordulásként reprezentálhatjuk.

$$\mathbf{t} = \begin{bmatrix} t_x \\ 0 \\ t_z \end{bmatrix} = \rho \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ 0 \\ \sin \alpha \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix}$$

Planar motion: essential matrix

- Az eltolás mátrixos alakja:

$$\mathbf{t} = \rho \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ 0 \\ \sin \alpha \end{bmatrix} \rightarrow [\mathbf{t}]_X = \rho \begin{bmatrix} 0 & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & 0 & -\cos \alpha \\ 0 & \cos \alpha & 0 \end{bmatrix}$$

- Az esszenciális mátrix:

$$\mathbf{E} = [\mathbf{t}]_X \mathbf{R} \sim \begin{bmatrix} 0 & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta & 0 & \sin \alpha \sin \beta - \cos \alpha \cos \beta \\ 0 & \cos \alpha & 0 \end{bmatrix}$$

Síkmozgás: esszenciális és fundamentális mátrixok

- Trigonometrikus átalakítások után:

$$\mathbf{E} \sim \begin{bmatrix} 0 & -\sin \alpha & 0 \\ \sin(\alpha + \beta) & 0 & -\cos(\alpha + \beta) \\ 0 & \cos \alpha & 0 \end{bmatrix}$$

- A kamera (belső) paramétermátrixa is legyen speciális. Dőfspontba tegyük az origót, és a pixelek négyzetesek legyenek, azaz feltételezzük az ún. félig kalibrált kamerát! Ekkor:
 $\mathbf{K} = \text{diag}(f, f, 1),$

$$\mathbf{F} = \mathbf{K}^{-T} \mathbf{E} \mathbf{K}^{-1} \sim \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\sin \alpha}{f^2} & 0 \\ \frac{\sin(\alpha + \beta)}{f^2} & 0 & -\frac{\cos(\alpha + \beta)}{f} \\ 0 & \frac{\cos \alpha}{f} & 0 \end{bmatrix}.$$

Síkmozgás: becslés

- A fundamentális/esszenciális mátróikban mindössze négy elem nemnulla.
 - Esszenciális mátrix két pontmegfeletetésből becsülhető.
 - Fundamentális mátrix (félig kalibrált kamera esetén): három pontpárból.
- Robusztifikáció (pl. RANSAC algoritmussal) nagyon fontos!
- Pontpáronként az egyenlet: $\mathbf{p}_1 = [u_1, v_1]$, $\mathbf{p}_2 = [u_2, v_2]$, ahol α és β az ismeretlenek(kalibrált eset):

$$\left\langle [v_1, -u_2 v_1, -v_2, v_2 u_1]^T, [\cos \alpha, \sin \alpha, \cos(\alpha + \beta), \sin(\alpha + \beta)]^T \right\rangle = 0$$

- Sok pontmegfeletetés esetén az egyenletrendszer így alakul:

$$\mathbf{A}_1 \mathbf{v}_1 + \mathbf{A}_2 \mathbf{v}_2 = 0$$

- ahol $\mathbf{v}_1 = [\cos \alpha, \sin \alpha]^T$ és $\mathbf{v}_2 = [\cos(\alpha + \beta), \sin(\alpha + \beta)]^T$

Síkmozgás: becslés

- Átalakítva: $\mathbf{v}_1^T \mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_2^T \mathbf{v}_2 = 1$.
- További átalakítások:

$$\mathbf{A}_1 \mathbf{v}_1 + \mathbf{A}_2 \mathbf{v}_2 = 0 \quad (8)$$

$$\mathbf{A}_1 \mathbf{v}_1 = -\mathbf{A}_2 \mathbf{v}_2 \quad (9)$$

$$\mathbf{v}_1 = -\mathbf{A}_1^\dagger \mathbf{A}_2 \mathbf{v}_2 \quad (10)$$

$$\mathbf{v}_1^T \mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_2^T \left(\mathbf{A}_1^\dagger \mathbf{A}_2 \right)^T \left(\mathbf{A}_1^\dagger \mathbf{A}_2 \right) \mathbf{v}_2 = 1 \quad (11)$$

$$\mathbf{v}_2^T \mathbf{B} \mathbf{v}_2 = 1 \quad (12)$$

- amennyiben $\mathbf{B} = \left(\mathbf{A}_1^\dagger \mathbf{A}_2 \right)^T \left(\mathbf{A}_1^\dagger \mathbf{A}_2 \right)$.
- Ezért $\mathbf{v}_2$ megkapható egy speciális ellipszis és az egységkör metszéspontjaiként: $\mathbf{v}_2^T \mathbf{B} \mathbf{v}_2 = \mathbf{v}_2^T \mathbf{v}_2 = 1$.

Síkmozgás: becslés

- A megoldás SVD alkalmazásán keresztül kapható meg::
 $\mathbf{B} = \mathbf{U}^T \mathbf{S} \mathbf{U}$.

- Legyen továbbá $\mathbf{r} = [r_x \quad r_y]^T = \mathbf{U} \mathbf{v}_2$. Ekkor

$$\mathbf{v}_2^T \mathbf{B} \mathbf{v}_2 = 1 \quad (13)$$

$$\mathbf{v}_2^T \mathbf{U}^T \mathbf{S} \mathbf{U} \mathbf{v}_2 = 1 \quad (14)$$

$$\mathbf{r}_2^T \mathbf{S} \mathbf{r}_2 = 1 \quad (15)$$

$$\mathbf{r}_2^T \begin{bmatrix} s_1 & 0 \\ 0 & s_2 \end{bmatrix} \mathbf{r}_2 = 1 \quad (16)$$

- Ezért: $s_1 r_x^2 + s_2 r_y^2 = 1$

- és $r_x^2 + r_y^2 = 1$

→ Lineáris rendszert kaptunk r_x^2 -re és r_y^2 -re. (Négy esetből kell a megoldást kiválasztani, a hagyományos sztereó megoldáshoz teljesen hasonlatosan.)

- $\mathbf{v}_2 = \mathbf{U}^T \mathbf{r}$ és $\mathbf{v}_1 = -\mathbf{A}_1^\dagger \mathbf{A}_2 \mathbf{v}_2$ adják a végső megoldást.

Áttekintés

- 1 Képalapú 3D-s rekonstrukció elvei
- 2 Kétkamerás sztereólátás geometriája
 - Epipoláris geometria
 - Esszenciális mátrix és fundamentális mátrix
 - Fundamentális mátrix becslése
- 3 Standard sztereo és rektifikálás
 - Standard sztereo mélységszámítása
 - Sztereóképek rektifikálása
- 4 3D-s rekonstrukció sztereóképekből
 - Trianguláció és metrikus rekonstrukció
 - Projektív rekonstrukció
 - Síkmozgás
- 5 Összefoglaló

Kétkamerás 3D-s rekonstrukció

- 1 Képalapú 3D-s rekonstrukció elvei
- 2 Kétkamerás sztereólátás geometriája
 - Epipoláris geometria
 - Esszenciális mátrix és fundamentális mátrix
 - Fundamentális mátrix becslése
- 3 Standard sztereo és rektifikálás
 - Standard sztereo mélységszámítása
 - Sztereóképek rektifikálása
- 4 3D-s rekonstrukció sztereóképekből
 - Trianguláció és metrikus rekonstrukció
 - Projektív rekonstrukció
 - Síkmozgás
- 5 Összefoglaló

Felhasznált források

- R.Hartley, A.Zisserman: "Multiple View Geometry in Computer Vision", Cambridge University Press
- M.Sonka, V.Hlavac, R.Boyle: "Image Processing, Analysis and Machine Vision", Thomson
- Y. Ma, S. Soatto, J. Kosecka, S. Shankar Sastry: "An Invitation to 3-D Vision", Springer
- D.A. Forsyth, J. Ponce: "Computer Vision: a modern approach", Prentice Hall
- E. Trucco, A. Verri: "Introductory Techniques for 3-D Computer Vision", Prentice Hall
- Hajder Levente: "Háromdimenziós objektum rekonstrukció videófelvevételekből"
 - vision.sztaki.hu/~hajder/rekonstrukcio/
- Kató Zoltán, Czúni László: "Számítógépes látás"
 - tananyagfejlesztés.mik.uni-pannon.hu/