Számítógépes képfeldolgozás

Morfológiai képfeldolgozás

Tófalvi Tamás

Eötvös Loránd Tudományegyetem, Informatikai Kar
tofi@inf.elte.hu



ELTE
EÖTVÖS LORÁND
TUDOMÁNYEGYETEM

Tartalom

1. Középvonal és váz
   - Digitális topológia
   - Középvonal
   - Távolság-transzformáció
   - Vékonyítás és váz
2. Morfológiai alapműveletek
   - Erózió és dilatáció
   - Nyitás és zárás
   - Hit-miss
3. További morfológiai műveletek
   - Egyszerű morfológiai algoritmusok
   - Morfológiai középvonal
   - Morfológiai vékonyítás
   - Ágmetszés
4. Kitekintés és összefoglalás
   - Szürkeárnyalatos morfológia
   - Összefoglalás

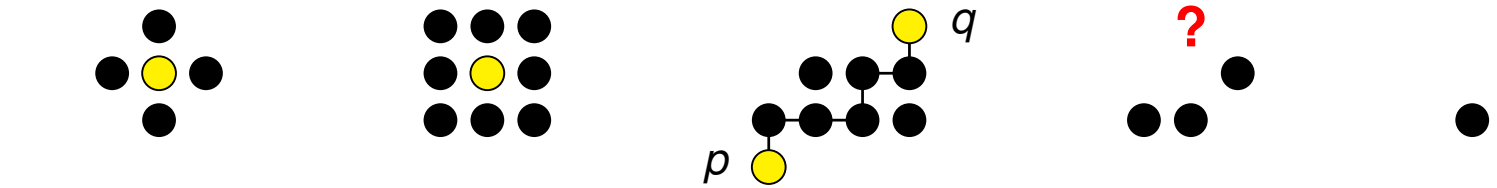
Tartalom

1. Középvonal és váz
   - Digitális topológia
   - Középvonal
   - Távolság-transzformáció
   - Vékonyítás és váz
2. Morfológiai alapműveletek
3. További morfológiai műveletek
4. Kitekintés és összefoglalás

Bináris képek

- Küszöböléssel két osztályba soroltuk a pixeleket
  - objektum (*figure*) és háttér (*ground, background*)
- A továbbiakban
  - az algoritmusokban az objektum értéke 1, a háttéré 0
  - az illusztrációkban az objektum fekete, a háttér fehér
- Bináris (kétszintű) képeket kétféleképpen kaptunk
  - küszöböléssel $\Rightarrow$ az összefüggőséget nem vizsgáltuk
  - régió alapú szegmentálással $\Rightarrow$ összefüggő régiók
- Most a bináris képek alakzatainak leírásával foglalkozunk
  - vázszerű reprezentációk: középvonal és váz
  - morfológiai műveletek: alakzatok átalakítása, elemzése

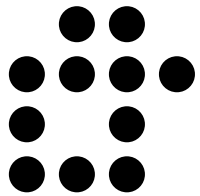
Szomszédság és összefüggőség



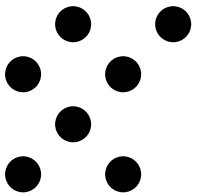
4-szomszédság 8-szomszédság 1. halmaz 2. halmaz 3. halmaz

- Egy pixelnek 4 vagy 8 szomszédja van, a választott változattól függően
- Két $p, q \in S$ pixel **összefügg** az S halmazban, ha van olyan $p_0 = p, p_1, \ldots, p_n = q$, $p_i \in S$ pixelsorozat, amelyben p_i és p_{i-1} szomszédok
- S **összefüggő régió**, ha bármely két pixele összefügg S-ben
  - a 4-összefüggő régió 8-összefüggő is, fordítva nem mindig
  - 1. halmaz: 4- és 8-összefüggő; 2. halmaz: csak 8-összefüggő; 3. halmaz: mindkettő

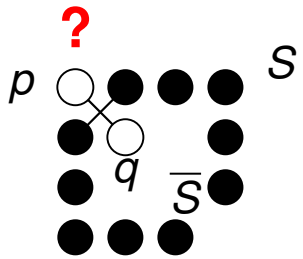
Összefüggőség objektumra és háttérre



4-összefüggő halmaz



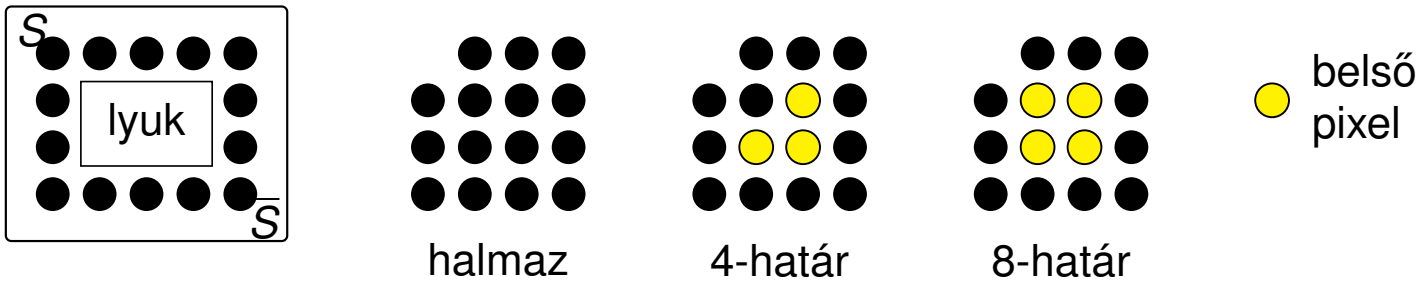
8-összefüggő halmaz



összefügg-e p és q?

- Ha az S objektumra és az $\overline{S}$ háttérre ugyanazt az összefüggőséget alkalmazzuk, ellentmondást kapunk
  - S és $\overline{S}$ pixelpárjai „keresztbe” kötődnek össze
  - 8/8: S zárt görbe, mégis összeköti a külső p-t és a belső q-t
  - 4/4: S nem zárt görbe, p és q mégsem függ össze
- **Megoldás**: a két halmazra különböző összefüggőséget alkalmazunk
  - ha az objektumra 8-at, akkor a háttérre 4-et, és fordítva

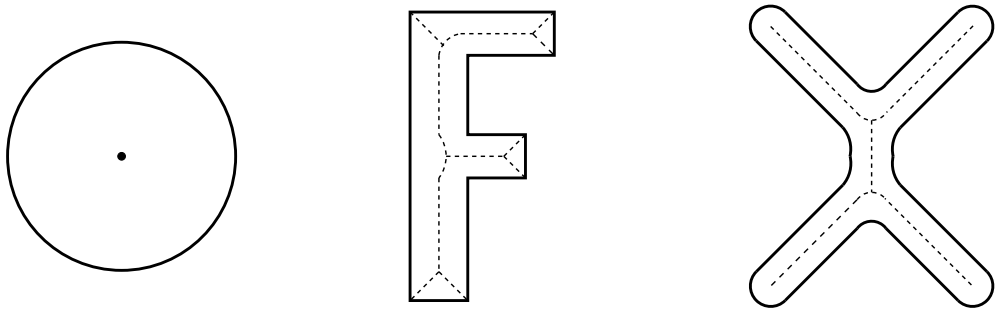
Lyukak és határok



- **Lyuk**: az S által körülvett $\overline{S}$-komponens
- S **határpixele**: olyan S-pixel, amelynek van $\overline{S}$-beli szomszédja, mégpedig az $\overline{S}$-re alkalmazott összefüggőség értelmében
  - 4-határ: S 4-, $\overline{S}$ 8-összefüggő $\Rightarrow$ az átlós háttérszomszéd is számít
  - 8-határ: S 8-, $\overline{S}$ 4-összefüggő $\Rightarrow$ csak a 4-szomszédok számítanak
- **Belső pixel**: minden nem határpixel (sárga)

A középvonal definíciója

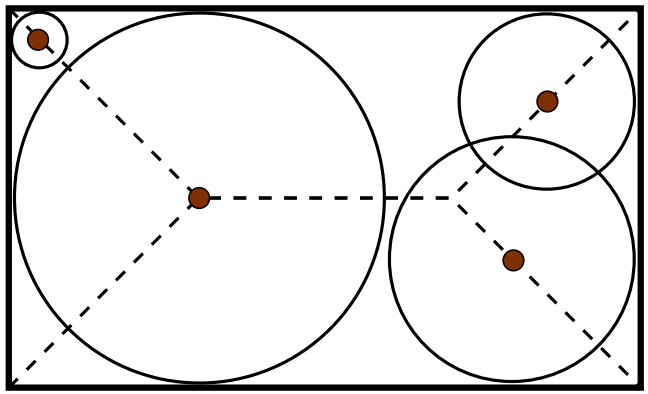
- Folytonos esetben egy alakzat **középvonala** (*medial axis*, MA) azon $p(x, y)$ pontok halmaza, amelyekre
  1. $p(x, y)$ az alakzat belső pontja, és
  2. $p(x, y)$ egyenlő távolságra van *két vagy több legközelebbi* kontúrponttól
- A középvonalat előállító művelet a **középvonal-transzformáció** (*medial axis transform*, MAT)
- A középvonal tükrözi az alakzat struktúráját



- Egy lemez középvonala a középpontja; minden szögfelező a középvonal ága

A középvonal tulajdonságai

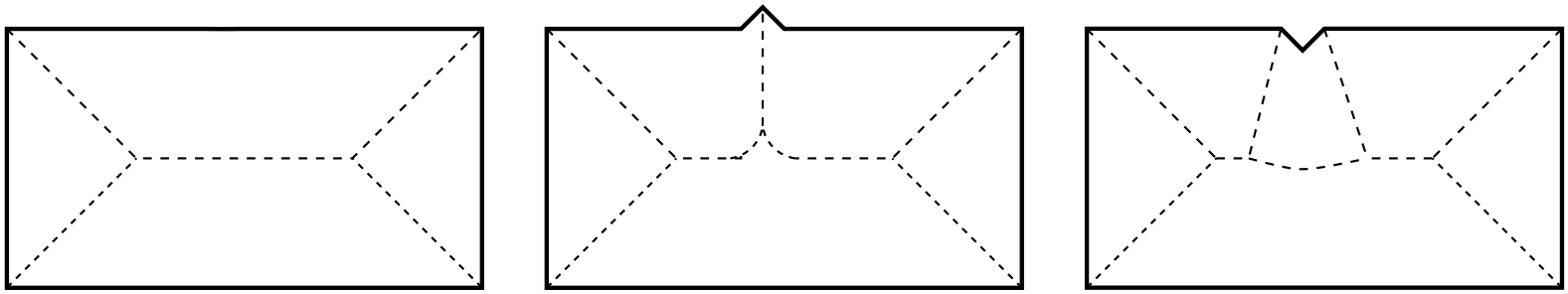
- Egy *folytonos* alakzat középvonala mindig *összefüggő*
  - $\Rightarrow$ egy diszkrét alakzaté nem mindig
- Az MA a **beírt körök** középpontjainak halmaza
- Az alakzat *visszaállítható*, ha minden MA-pontra ismerjük a legközelebbi kontúrpont távolságát (a kör sugarát)
  - $\Rightarrow$ az alakzat a lemezek uniója; sugarak nélkül nem állítható vissza



visszaállítás a középvonalból

- Kompakt, hatékony reprezentáció hosszúkás részekből álló alakzatra (betű, kromoszóma)

A középvonal torzításérzékenysége



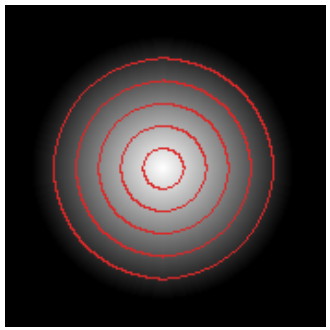
- Az MA torzítás- és zajérzékeny: kis alakzat-torzításra nagy középvonal-változás
- Minden konvex sarokból indul egy középvonal-ág, amely csatlakozik a többi ághoz (a folytonos MA összefüggő)
- Kis szögletes torzulás $\Rightarrow$ az MA struktúrája jelentősen megváltozik, a torzulás irányától függően (középső és jobb oldali ábra)
- A középvonal-transzformációt **regularizálni** kell
  - legegyszerűbb a kontúrsimítás, de ennek hatékonysága korlátozott

A távolság-transzformáció

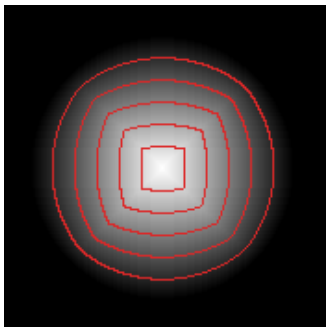
- **Távolság-transzformáció** (*distance transform*, DT)
  - folytonos eset: a belső pontok euklideszi távolsága a legközelebbi kontúrponttól
  - diszkrét eset: az objektumpixelek távolsága a legközelebbi háttérpixeltől; a háttérre 0, a határpixelekre 1 vagy $\sqrt{2}$
- A képen világosabb pixel $\Rightarrow$ nagyobb távolság; piros: szintvonalak 12 pixelenként
- Az euklideszi távolság diszkrét közelítése: a finomabb nagyobb maszkot használ, pontosabb, de lassabb; a durva szögletes



lemez

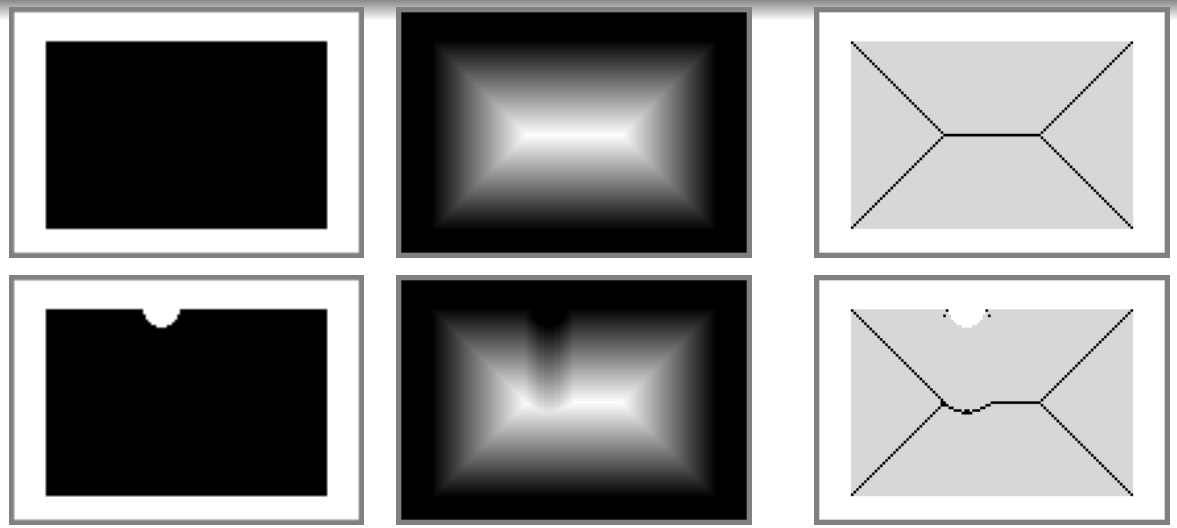


euklideszi (finom)



city-block (durva)

A DT és a középvonal



téglalap DT MA (a DT gerincei)

- A MAT-hoz hasonlóan a DT is torzításérzékeny: továbbterjeszti a kis hibát $\Rightarrow$ a két DT lényegesen különbözik
- A DT gerincei a MAT ágai
  - a gerinc a lokálisan legbelsőbb pontok sorozata: ezek két vagy több legközelebbi háttérponttól egyenlő távolságra vannak

  $\Rightarrow$ a DT-gerincekből összeállítható a középvonal

Középvonal távolság-transzformációval

- Egyszerűsített iteratív algoritmus: az $u(x, y)$ bináris képből az $u_{DT}(x, y)$ távolságot, abból az $u_{MA}(x, y)$ középvonalat számítja
- 4-összefüggés az objektumra; $\Delta(x, y; i, j) = |x - i| + |y - j|$ a city-block távolság (a gyakorlatban finomabb közelítést használnak)

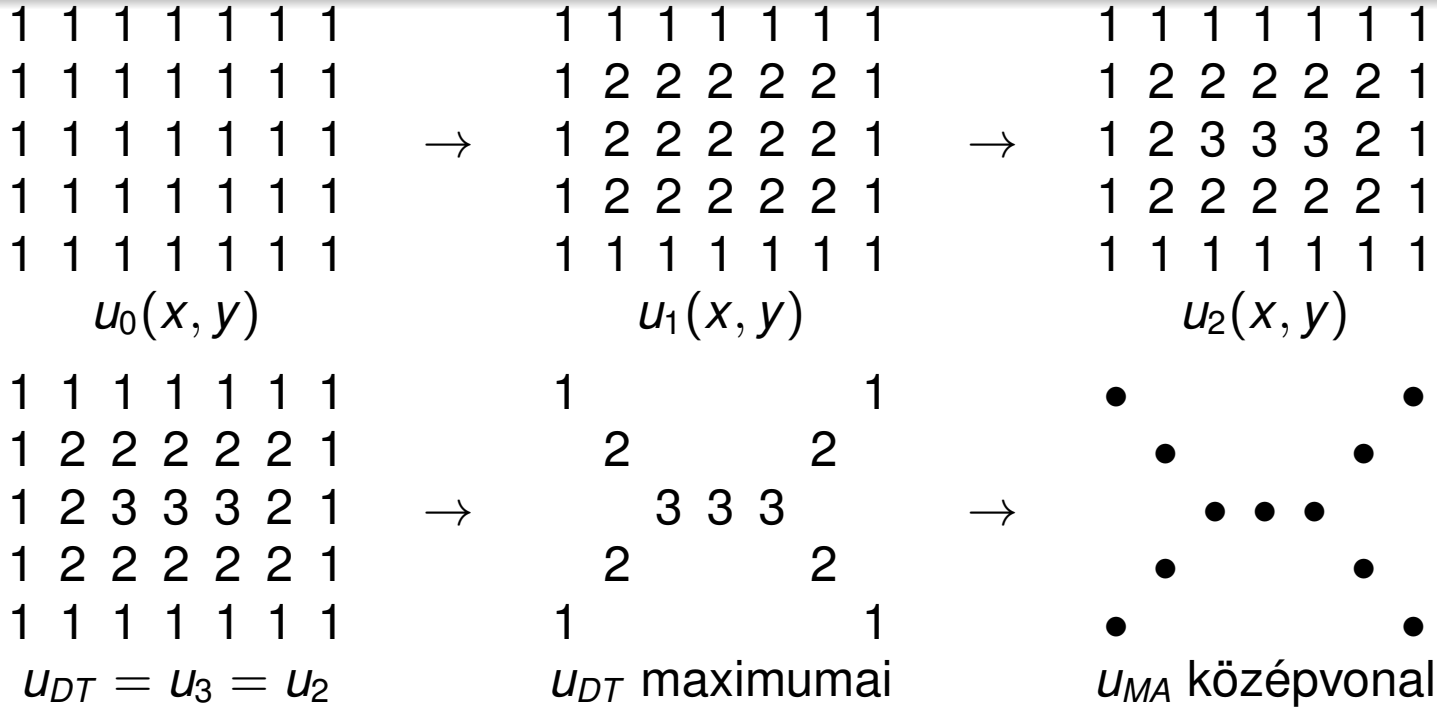
Algoritmus: egyszerű diszkrét DT és MAT

1. DT inicializálása: $u_0(x, y) = u(x, y)$
2. DT meghatározása: minden $k = 1, 2, \ldots$-ra

$$u_k(x, y) = u_0(x, y) + \min_{(i,j)\,:\,\Delta(x,y;i,j)\leq 1} u_{k-1}(i, j)$$

   megállunk, ha $u_k(x, y) = u_{k-1}(x, y)$ minden (x, y)-ra; $u_{DT} = u_k$
3. A középvonal:
   $u_{MA} = \{(x, y) : u_{DT}(x, y) \geq u_{DT}(i, j),\ \Delta(x, y; i, j) \leq 1\}$

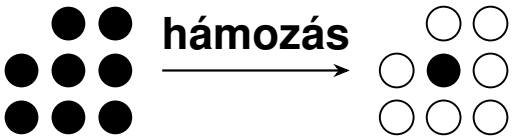
Numerikus példa: DT és MAT



- A DT megáll, amikor k eléri az alakzat (kisebbik) méretének a felét
- A maximumok a téglalap átlóin és a középvonalán vannak
- Az algoritmus „megfordításával” az alakzat visszaállítható u_{DT} maximumaiból

Hámozás és kiterjesztés

- $S^{(-1)}$: az S halmaz **hámozása** (*shrinking*): S határának törlése; $S^{(-n)}$: n-szeri hámozás
- $S^{(1)}$: **kiterjesztés** (*expanding*): felcseréljük S és $\overline{S}$ összefüggőségét, és hámozzuk $\overline{S}$-t; $S^{(n)}$: n-szeri kiterjesztés



8-összefüggő halmaz



4-összefüggő halmaz



4-összefüggő halmaz



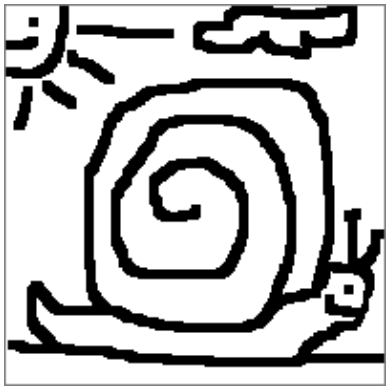
8-összefüggő halmaz

- A hámozás nem őrzi meg az összefüggőséget, objektumokat tüntethet el: a 4-összefüggő halmaz minden pontja határpixel
  $\Rightarrow$ a vékonyításhoz kifinomultabb művelet kell

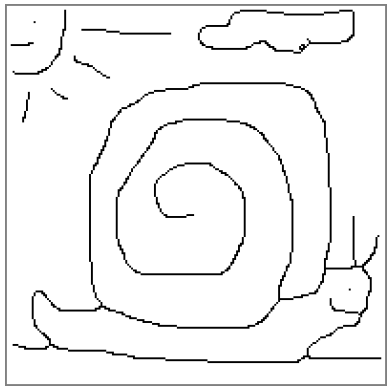
A vékonyítás és a váz

- **Vékonyítás** (*thinning*): topológiát megőrző iteratív hámozás; eredménye a **váz** (*skeleton*)
- *S*-et iteratív hámozással úgy vékonyítjuk vázzá, hogy
  1. megőrizzük *S* összefüggőségét, és
  2. nem törlünk végpontokat

- A váz összefüggő, a középvonalhoz hasonlóan több ágból áll, és követi a hosszúkás részek alakját
- Gyakran nem tesznek különbséget MA és váz között $\Rightarrow$ *vázszerű reprezentáció*
- De lehet egészen más is, pl. téglalapra



bináris kép



váz

Vékonyító algoritmus 8-összefüggő vázra

- Tekintsük a p_1 pontot és 3×3-as környezetét; a háttér 0, az objektum 1
- $TR(p_1)$: a $0 \to 1$ átmenetek száma a $p_2, p_3, \ldots, p_9, p_2$ sorozatban
  - $\Rightarrow$ körbejárjuk p_1-et; az $1 \to 0$ átmenetek nem számítanak
- $NZ(p_1)$: p_1 1-es szomszédainak száma

p_3	p_2	p_9
p_4	$\mathbf{p_1}$	p_8
p_5	p_6	p_7

p_1 és környezete

Példa

1	1	0
1	p_1	0
0	0	0

$p_2, p_3, \ldots, p_9, p_2 = 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1$

$\Rightarrow$ egy $0 \to 1$ átmenet ($p_9 \to p_2$):

$TR(p_1) = 1, \quad NZ(p_1) = 3$

A vékonyító algoritmus

Algoritmus: vékonyítás

1. Az $u_1(x, y)$ és $u_2(x, y)$ segédképeket inicializáljuk az $u_0(x, y)$ bemeneti képpel
2. Letapogatjuk u_1-et (a döntés alapja), és pontokat törlünk u_2-ben: egy $p_1 = 1$ pontot akkor törlünk, ha **egyszerre** teljesül

$$2 \leq NZ(p_1) \leq 6 \quad (1)$$

$$TR(p_1) = 1 \quad (2)$$

$$p_2 \cdot p_4 \cdot p_8 = 0 \ \textbf{vagy} \ TR(p_2) \neq 1 \quad (3)$$

$$p_2 \cdot p_4 \cdot p_6 = 0 \ \textbf{vagy} \ TR(p_4) \neq 1 \quad (4)$$

3. Ha nem volt törlés, megállunk; egyébként $u_1 = u_2$, és a 2. lépésre ugrunk

Mikor nem törölhető $p_1 = 1$?

1	1	0
0	p_1	0
0	1	1

(a)

0	0	0
1	p_1	0
0	0	0

(b)

1	0	1
0	p_1	0
1	1	1

(c)

(a) $NZ(p_1) = 4$, de $TR(p_1) = 2$: a törlés kettészakítaná a régiót

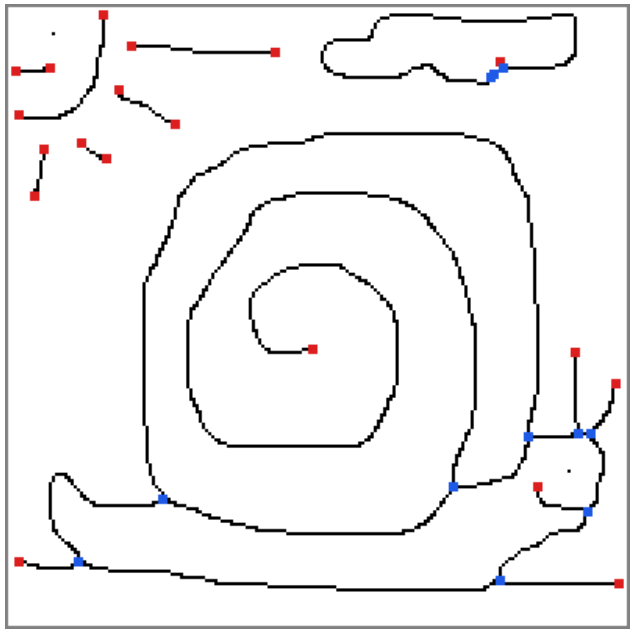
(b) $NZ(p_1) = 1$: p_1 végpont, a törlés lerövidítené a vonal végét

(c) $2 \leq NZ(p_1) = 5 \leq 6$, és (3), (4) is teljesül, de $TR(p_1) = 3 \neq 1$: p_1 három ágat köt össze

- Az (1) alsó korlátja a végpontokat, a (2) az összefüggőséget védi
- A (3), (4) feltétel miatt a kétpixeles vonalak nem tűnnek el egy lépésben

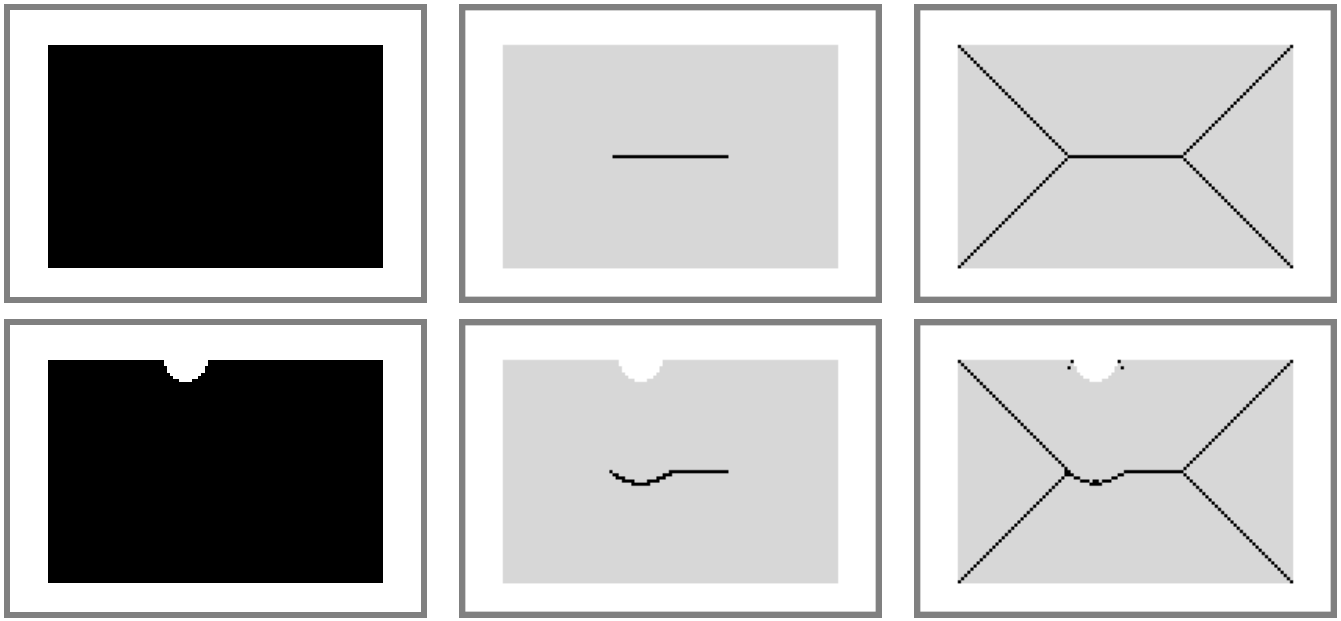
Megjegyzések a vékonyító algoritmushoz

- Valójában 4×4-es ablak: $TR(p_2)$-höz és $TR(p_4)$-hez p_2-t és p_4-et is körbejárja
- Szándékos *aszimmetria*: $TR(p_6)$-ot és $TR(p_8)$-at nem számítja
  - $\Rightarrow$ páros vastagságú vonalra is egypixeles váz, félpixelnyi eltolással
    - mellékhatás: egyes vonalak eltűnhetnek (ritka)
- A körbejárással a vonalak végpontjai ($NZ = 1$) és elágazásai ($TR \geq 3$) is megtalálhatók



a csiga váza: 19 végpont, 10 elágazás

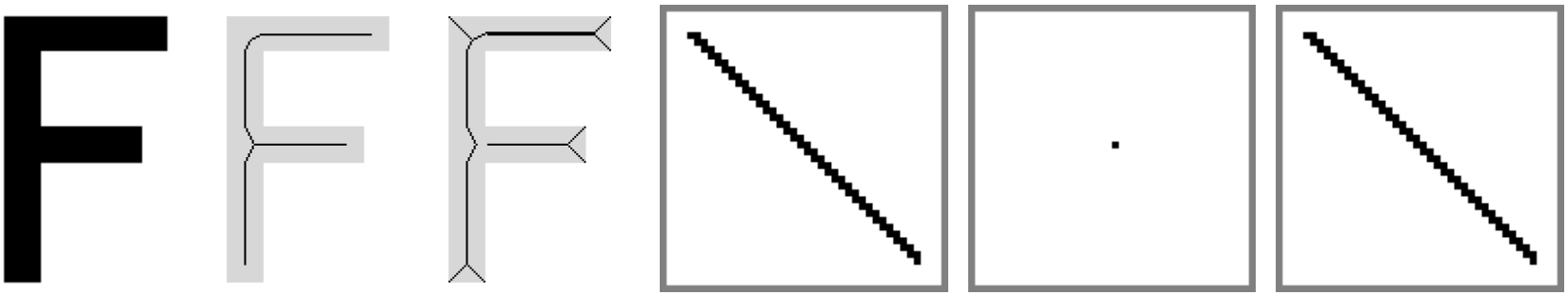
Vékonyítás és MAT összehasonlítása 1/2



kép vékonyítás MAT

- Téglalapra a vékonyítás és a MAT eredménye igen különböző
- Az alakhiba mindkét esetben továbbterjed
  - a MAT struktúra-változása drasztikus: az MA 5 darabra esik
  - a vékonyítás robusztusabb: a váz összefüggő marad

Vékonyítás és MAT összehasonlítása 2/2



F betű | vékonyítás | MAT | vonal | vékonyítás | MAT

- Az F betűre a két eredmény hasonló, de a MAT kis „parazita” sarokágakat ad
- Egy egypixeles, 4-összefüggő (lépcsős) átlós vonalat a vékonyítás egyetlen pixelre redukál
  - a vonal két vége $NZ = 2$, $TR = 1$ miatt törölhető $\Rightarrow$ iterációnként két pixellel rövidül
  - ritka mellékhatás: valós képeken ilyen ideális vonal ritka
- A MAT nem változtat az egypixeles vonalon

Vázszerű reprezentációk összefoglalója

Előnyök

- Adattömörítés
  - $\Rightarrow$ veszteségmentes, ha a távolságokat is megtartjuk
- Tükrözi az alakzat struktúráját
- Elforgatás-invariáns
  - $\Rightarrow$ diszkrét esetben csak közelítőleg

Hátrányok

- Főleg hosszúkás részekből álló alakzatokra hasznos
- Zaj- és torzításérzékeny lehet, főleg a MAT

$\Rightarrow$ A vékonyítás robusztusabb, ezért gyakrabban alkalmazzák

Tartalom

1 Középvonal és váz

2 Morfológiai alapműveletek
- Erózió és dilatáció
- Nyitás és zárás
- Hit-miss

3 További morfológiai műveletek

4 Kitekintés és összefoglalás

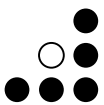
Morfológiai képfeldolgozás

- **Morfológia**: állatok, növények vagy szavak struktúra- és alakelemzése
  - fontos eszköze a *strukturáló elemekkel* (*structuring element*) történő leírás
- **Morfológiai képfeldolgozás**: a képet egy csúsztatott strukturáló elemmel hasonlítjuk össze
  - $\Rightarrow$ a strukturáló elemet „megütköztetjük” a képi objektumokkal, így kifejezőbb alakba hozzuk őket
  - a folyamat a mintaillesztésre hasonlít
- Eredeti célja: sok kisebb alakzat statisztikai leírása
  - kezdetben fémmetszetek mikroszkópképeinek elemzésére
  - nem egyedi, nagy alakzatok precíz leírására
  - $\Rightarrow$ az eredmény függhet az elforgatástól és a műveletek sorrendjétől

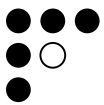
Alapfogalmak

- A legtöbb morfológiai művelet két alapműveletből épül fel: **erózió** (*erosion*) és **dilatáció** (*dilation*)
- B: **strukturáló elem** (SE), c origóval
  - az adott műveletre általunk definiált diszkrét ponthalmaz
  - az origó nem feltétlenül pontja B-nek
- X: a bemeneti bináris kép (az objektumpixelek halmaza), $\overline{X}$: a komplemense
- $B_x = \{x + b : b \in B\}$: B eltolása úgy, hogy origója az x pontba kerüljön

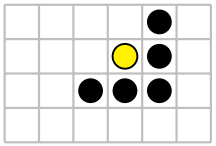
  $\Rightarrow$ a művelet eredményét a kimeneti kép x pontjába írjuk
- $B^{\sim} = \{-b : b \in B\}$: B tükrözése az origóra



B



$B^{\sim}$



B_x, x: sárga

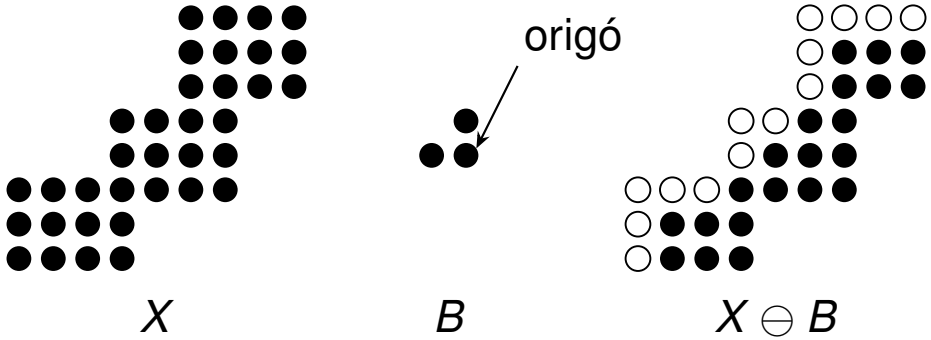
üres kör: az origó
(most nem pontja B-nek)

Az X kép eróziója B strukturáló elemmel

- Azon x pontok halmaza, amelyekre B_x benne van X-ben:

$$X \ominus B = \{x : B_x \subseteq X\}$$

- Az eredmény 1, ha a strukturáló elem *minden pontja* X valamely objektumpixelére esik; egyébként 0



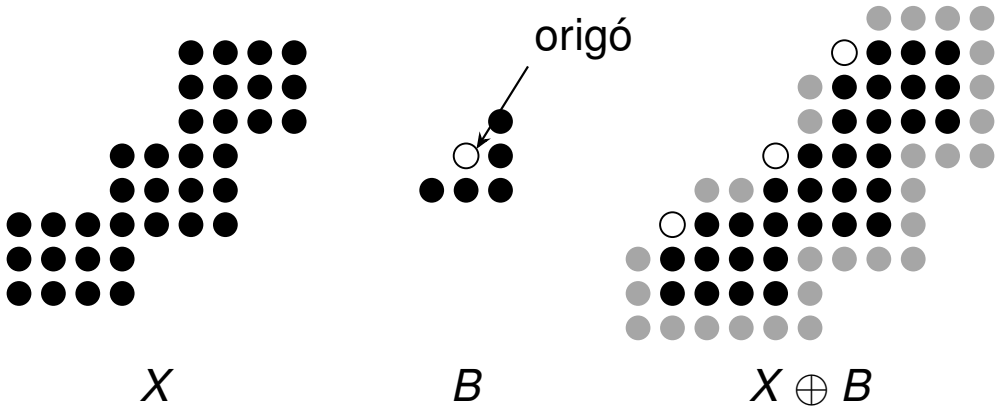
- Üres kör: törölt pont, azaz $x \in X$, de $B_x \not\subseteq X$
- Az erózió zsugorítja az objektumot; a B-nél keskenyebb részek eltűnnek

Az X kép dilatációja B strukturáló elemmel

- Minden $x \in X$-re ráhelyezzük B-t, és vesszük az uniót:

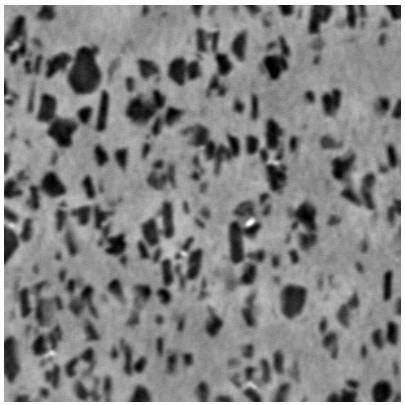
$$X \oplus B = \{x + b : x \in X,\ b \in B\} = \{x : B_x^{\sim} \cap X \neq \emptyset\}$$

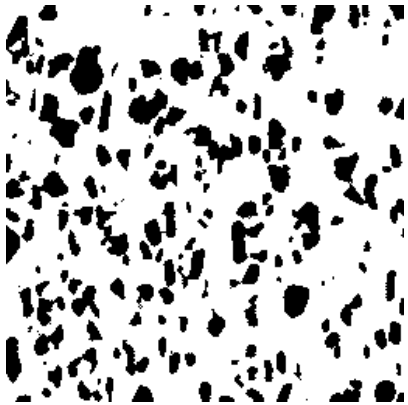
- Az eredmény 1, ha a tükrözött SE legalább egy pontja X valamely objektumpixelére esik
  - szimmetrikus B-re ($B^{\sim} = B$): B_x „ütközik” X-szel (B_x *hits* X)



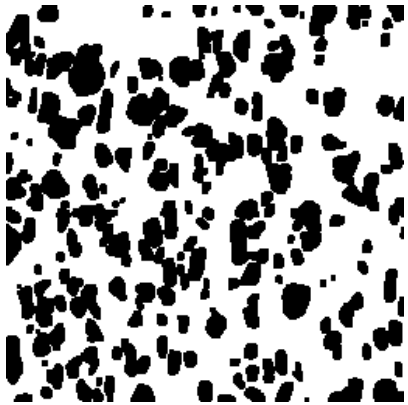
- Szürke: új pont; üres kör: X kimaradó pontja
- A dilatáció nem töröl: az origó nem pontja B-nek, ezért a teljes objektumot „eltolja” (itt jobbra le)

Erózió és dilatáció valós képen


szemcsekép


X: küszöbölés


$X \ominus B$


$X \oplus B$

- A küszöbölés előadás szemcseképe; Otsu-küszöb ($T = 103$), B: 3×3-as négyzet
- X: 171 összefüggő komponens (8-szomszédság)
- Erózió: a szemcsék zsugorodnak, a kis foltok eltűnnek $\Rightarrow$ 165 komponens
- Dilatáció: a szemcsék nőnek, a közeliek összeolvadnak, a kis lyukak bezárulnak $\Rightarrow$ 121 komponens

Tulajdonságok: kommutativitás és sorrend

1. A dilatáció *kommutatív* a képpel: $X \oplus B = B \oplus X$
   - $B \oplus X$-ben B-t képként, X-et strukturáló elemként kezeljük, mint a konvolúciónál
2. Az erózió *nem kommutatív*: $X \ominus B \neq B \ominus X$
   - pl. nagy alakzatra és kis SE-re $B \ominus X$ üres, $X \ominus B$ nem
3. Az eróziók sorrendje tetszőleges:
   $(X \ominus A) \ominus B = (X \ominus B) \ominus A$
4. A dilatációk sorrendje is tetszőleges:
   $(X \oplus A) \oplus B = (X \oplus B) \oplus A$
5. Az erózió és a dilatáció *nem cserélhető fel*, és *nem inverze* egymásnak
   - pl. az erózió után kapott üres halmazt nem tudjuk „visszadilatálni”

Disztributivitás

Strukturáló elem szerint

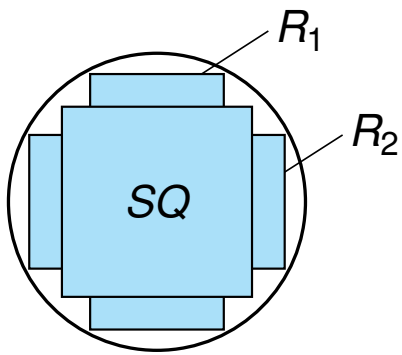
$$X \ominus (B \cup B') = (X \ominus B) \cap (X \ominus B')$$
$$X \oplus (B \cup B') = (X \oplus B) \cup (X \oplus B')$$

Kép szerint

$$(X \cap Y) \ominus B = (X \ominus B) \cap (Y \ominus B)$$
$$(X \cup Y) \oplus B = (X \oplus B) \cup (Y \oplus B)$$

- Bonyolult SE egyszerű elemek uniójaként reprezentálható vagy közelíthető $\Rightarrow$ kevesebb számítás
- Pl. a lemez közelíthető egy SQ négyzettel és két R_1, R_2 téglalappal

$\Rightarrow$ téglalappal a művelet futószűrő-szerűen, gyorsan számolható (ld. a szűrők előadást)



Iteráció és asszociativitás

- A műveletek iterációja:

$$(X \ominus B) \ominus B' = X \ominus (B \oplus B'), \qquad (X \oplus B) \oplus B' = X \oplus (B \oplus B')$$

  $\Rightarrow$ a dilatáció asszociatív, az erózió nem

- Gyorsítás: ha egy nagy SE kisebb elemek dilatációjára „bontható”
  - hasonló a szűrők szeparálásához (ld. a szűrők előadást)

$$\begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{matrix} = \begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{matrix} \oplus \begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{matrix}$$

egy 5×5-ös művelet azonos két 3×3-as művelettel

Más tulajdonságok

- Ha az egyik SE a másik részhalmaza, $B \subset B'$, akkor

$$X \ominus B' \subset X \ominus B, \qquad X \oplus B \subset X \oplus B'$$

- **Dualitás** a komplemensre:

$$X \oplus B^{\sim} = \overline{\overline{X} \ominus B}$$

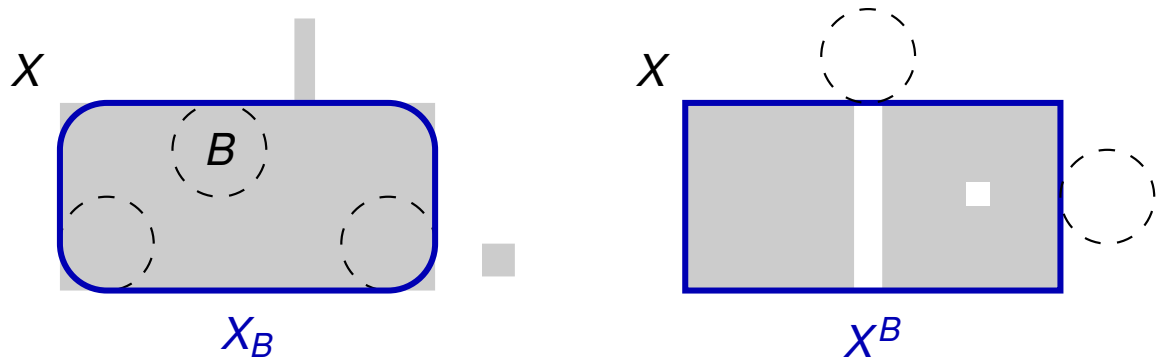
  - $\overline{X}$: X komplemense; $B^{\sim}$: B tükrözése az origóra

  $\Rightarrow$ az objektum dilatációja a háttér eróziója

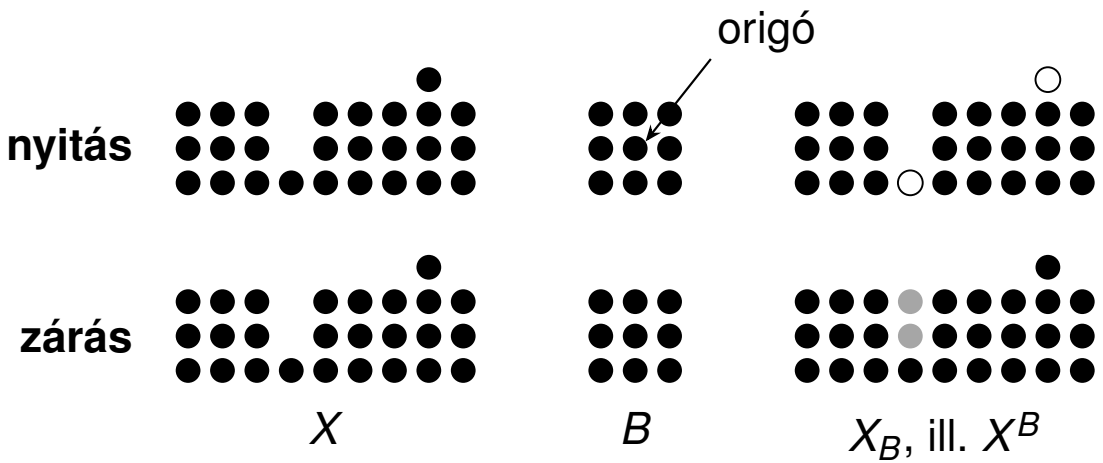
- A **hámozás** erózió, a **kiterjesztés** dilatáció
  - 4-összefüggő S-re G a 3×3-as négyzettel: $S^{(-1)} = S \ominus G$, $S^{(1)} = S \oplus G$
  - 8-összefüggő S-re ugyanez a 4-szomszédsággal (kereszttel)

Nyitás és zárás

- Az X halmaz **nyitása** (*opening*) B-vel: $X_B = (X \ominus B) \oplus B$
- Az X halmaz **zárása** (*closing*) B-vel: $X^B = (X \oplus B) \ominus B$
- A szakirodalomban gyakori jelölés: $X \circ B$, ill. $X \bullet B$
- Szemléletesen: $X_B = \bigcup\{B_x : B_x \subseteq X\}$
  - $\Rightarrow$ B-t X belsejében görgetjük; ahová nem fér be, onnan törlünk
  - $\Rightarrow$ zárás: B-t kívül, a háttérben görgetjük; ahová nem fér be, azt kitöltjük



Nyitás és zárás: példa és felhasználás



- **Nyitás**: elsimítja a kontúrokat, eltávolítja a kis foltokat, dudorokat és a keskeny hidakat
  - objektumméret-eloszlás elemzése: iteratív nyitás növekvő méretű B-vel
- **Zárás**: kitölti a keskeny csatornákat és a kis lyukakat
  - az objektumok közti távolságok eloszlása: iteratív zárás növekvő B-vel

A nyitás és a zárás tulajdonságai

- A nyitás és a zárás **idempotens**:

$$(X_B)_B = X_B, \qquad (X^B)^B = X^B$$

  $\Rightarrow$ ugyanazzal az SE-vel nem érdemes egymás után többször alkalmazni

- A két művelet **duális** a komplemensre:

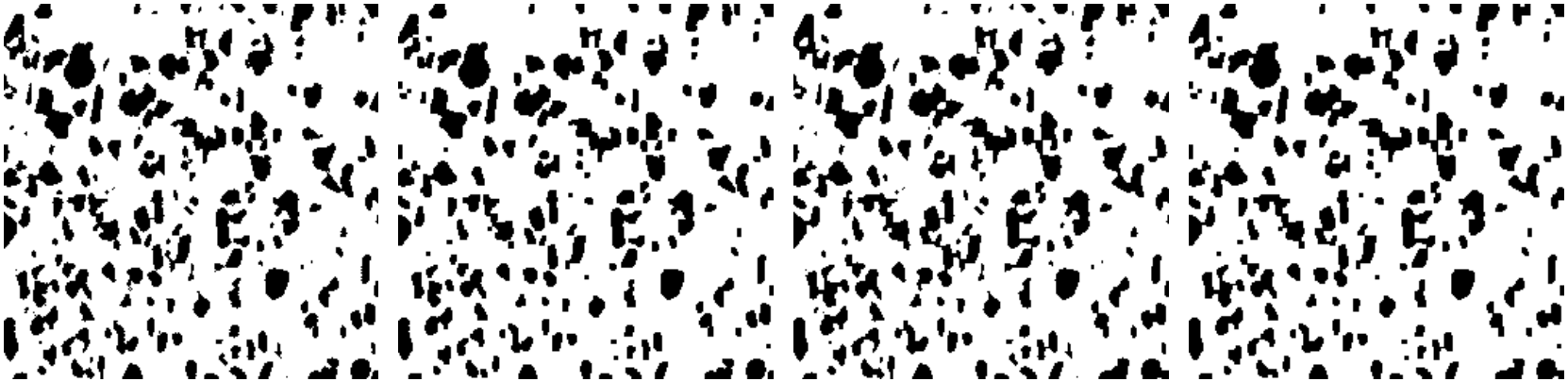
$$\overline{X_B} = \overline{X}^{B^\sim}, \qquad \overline{X^B} = \overline{X}_{B^\sim}$$

  - szimmetrikus B-re $B^\sim = B$

- $X_B \subseteq X \subseteq X^B$

  $\Rightarrow$ a nyitás csak töröl, a zárás csak hozzáad (vö. az előző dia példáival)

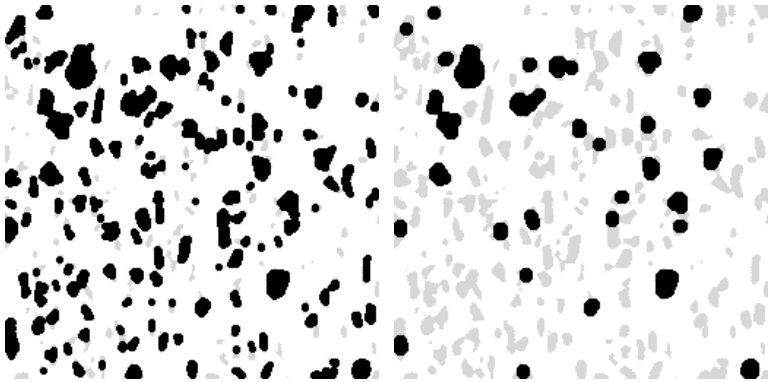
Morfológiai szűrés valós képen



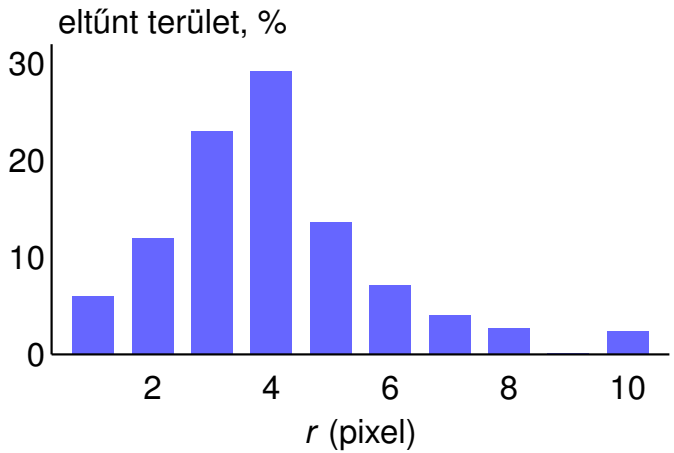
X nyitás: X_B zárás: X^B $(X_B)^B$

- B: 3×3-as négyzet; zárójelben a komponensek száma
- Nyitás: a kis foltok és a vékony nyúlványok eltűnnek, a szemcsék alakja megmarad ($171 \rightarrow 153$)
- Zárás: a kis lyukak bezárulnak, a közeli szemcsék összeolvadnak ($171 \rightarrow 139$)
- Nyitás, majd zárás: zajszűrés, alakzat-egyszerűsítés (122)
  - hasonló a bináris kép mediánszűréséhez

Méreteloszlás iteratív nyitással



$r = 2$: 125 db $r = 4$: 30 db



- Nyitás r sugarú lemezzel: az r-nél „kisebb” szemcsék eltűnnek (szürke)
- $A(r)$: a nyitás után megmaradt terület
- Az $A(r-1) - A(r)$ eloszlás a **méreteloszlás** (*granulometria*)
- A legtöbb terület $r = 4$-nél tűnik el (29%) $\Rightarrow$ a jellemző szemcsesugár 3–4 pixel

$\Rightarrow$ sok kis alakzat statisztikai leírása: a morfológia eredeti célja

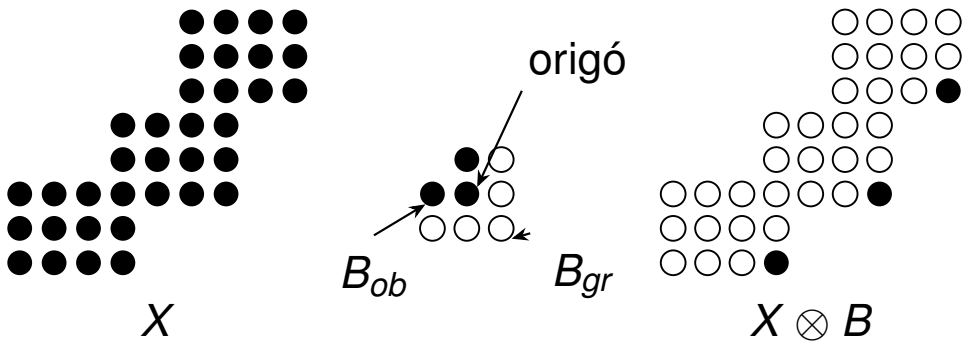
Hit-miss: bináris mintaillesztés

- Adott objektum- és háttérpixel-konfigurációk keresése: a B strukturáló elemnek az objektum- és a háttérpixeleit is megadjuk:
  - $B_{ob} \subset B$: az SE objektumrésze
  - $B_{gr} \subset B$: az SE háttérrésze (*ground*)
- Az eredmény objektumpixel, ha B_{ob} a kép objektumpixeleihez **és** B_{gr} a háttérpixeleihez illeszkedik

$$X \otimes B = \{x : (B_{ob})_x \subseteq X \text{ és } (B_{gr})_x \subseteq \overline{X}\}$$
$$= (X \ominus B_{ob}) \cap (\overline{X} \ominus B_{gr})$$

- B_{gr}-t objektumpixelekből álló halmazként kezeljük, ezeknek $\overline{X}$-hez kell illeszkedniük
- Bináris kimenet (a szürke képek illesztésénél valós korrelációs érték volt)
- Más, ekvivalens definíciók és jelölések is vannak ($\odot$, $\circledast$); *hit*: eltalál, *miss*: nem talál

Sarokkeresés hit-miss segítségével



- B objektum- és háttérpixeleinek is illeszkedniük kell
  - $\Rightarrow$ itt a jobb alsó sarkokat találjuk meg
- Csak adott orientációjú és alakú sarkokat találunk
  - $\Rightarrow$ az elforgatott sarkok detektálásához B-t is el kell forgatni
- A hit-miss a további műveletek építőköve: vékonyítás, végpontkeresés

Tartalom

1 Középvonal és váz

2 Morfológiai alapműveletek

3 További morfológiai műveletek
- Egyszerű morfológiai algoritmusok
- Morfológiai középvonal
- Morfológiai vékonyítás
- Ágmetszés

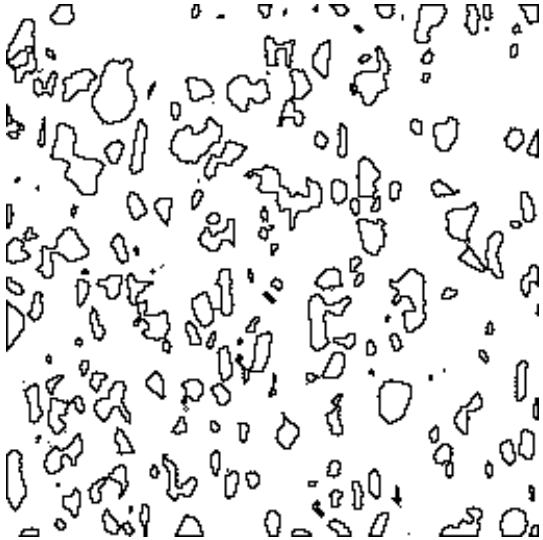
4 Kitekintés és összefoglalás

Határkiemelés

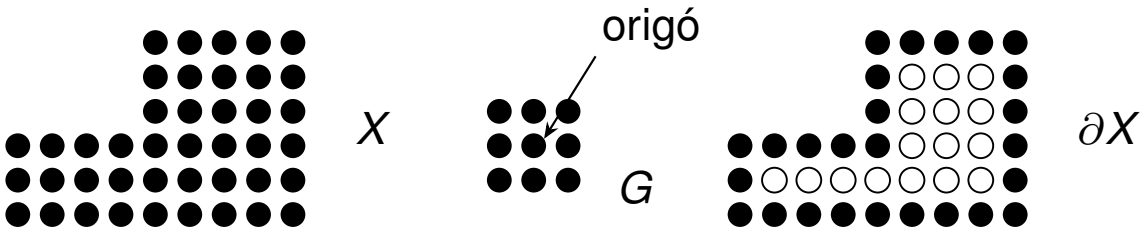
- Az X halmaz határa:

$$\partial X = X \setminus (X \ominus G), \qquad G = \begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{matrix}$$

- Az $X \ominus G$ erózióval a belső pontokat kapjuk; ezeket levonva X-ből marad a határ
- $G = 3 \times 3$: 4-határ; kereszttel: 8-határ
- A 3×3-as G egy kis lemez közelítése; nagyobb „lemezek” iterációval



a szemcsék határa

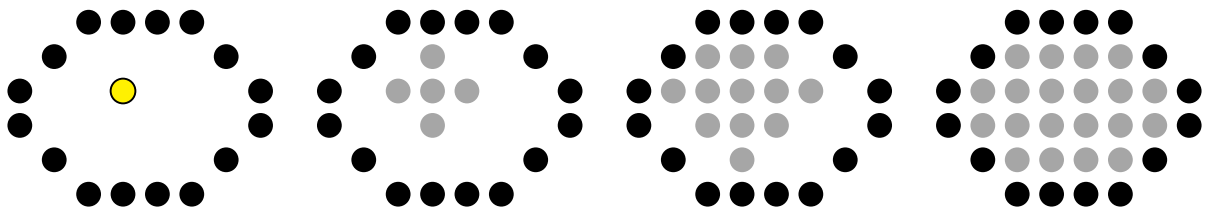


Geodetikus dilatáció: lyukkitöltés, komponensek

- **Geodetikus dilatáció** (*geodesic dilation*): a dilatációt minden lépésben egy M halmazra korlátozzuk

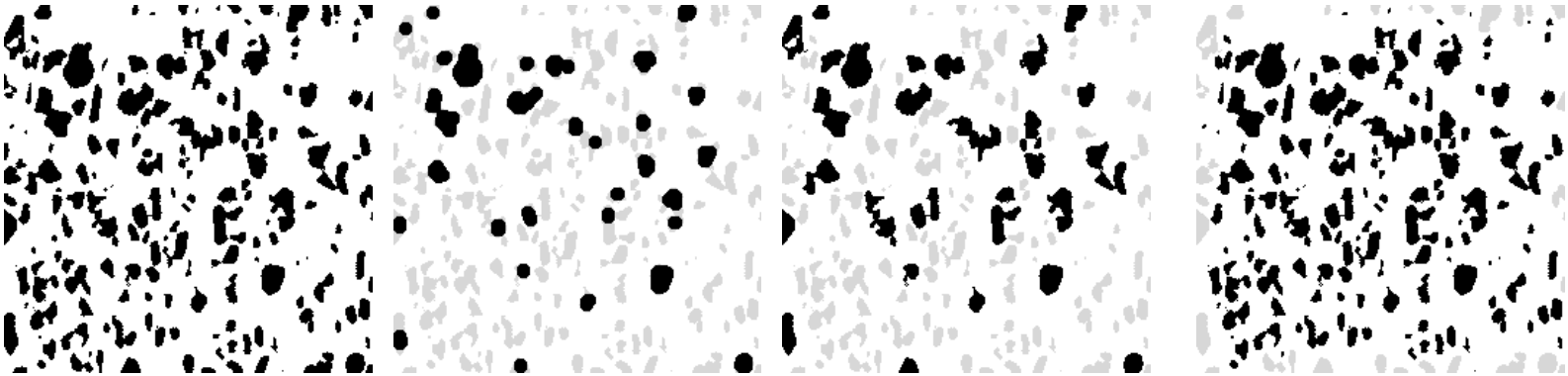
$$Y_k = (Y_{k-1} \oplus B) \cap M, \qquad k = 1, 2, \ldots, \text{ amíg } Y_k \neq Y_{k-1}$$

- **Lyukkitöltés**: Y_0 egy pont a lyukban, $M = \overline{X}$, B: kereszt (a háttér 4-összefüggő); eredmény: $X \cup Y_k$
  - mag nélkül: a képszélről indítjuk; ami elérhetetlen marad, az lyuk
- **Összefüggő komponens**: Y_0 egy pont a komponensben, $M = X$, $B = 3 \times 3 \Rightarrow$ pixel-felhalmozás bináris képen



Morfológiai rekonstrukció

- **Rekonstrukció**: az Y_0 jelölő (*marker*) geodetikus dilatációja az M maszkon a stabilizálódásig: $R_M(Y_0) \Rightarrow M$ azon komponensei, amelyekbe Y_0 belelóg
- **Nyitás rekonstrukcióval**: $R_X(X \ominus B) \Rightarrow$ a nyitást túlélő objektumok, eredeti alakjukban
- **Szegélytisztítás**: $X \setminus R_X(Y_0)$, Y_0: X pixelei a kép szélén $\Rightarrow$ a csonka objektumok nélkül



X: 171 X_B: 30 darab $R_X(X \ominus B)$: 28 szegély nélkül: 139

- B: $r = 4$ sugarú lemez; a nyitás két szemcsét kettévág és mindet lekerekíti, a rekonstrukció nem

Konvex burok

- S **konvex**, ha bármely két pontját összekötő szakasz S-ben van
- S **konvex burka**: a legkisebb S-et tartalmazó konvex halmaz; a burok és S különbsége a *konvex hiány* $\Rightarrow$ alakleíró (konvexitás)
- Morfológiai közelítés négy SE-vel: mindegyikben három objektumpont egy oszlopban, ill. sorban, a többi (a középpont is) közömbös; $X_0^i = X$, és a stabilizálódásig iterálunk:

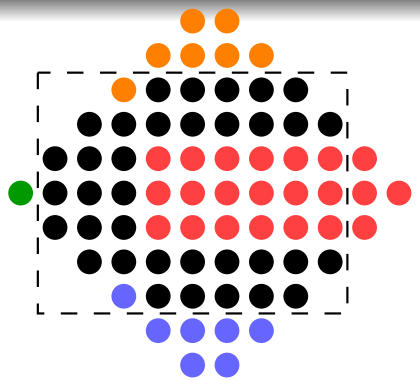
$$X_k^i = X_{k-1}^i \cup (X_{k-1}^i \otimes B^i) \;\Rightarrow\; D^i, \qquad C(X) = \bigcup_{i=1}^{4} D^i$$



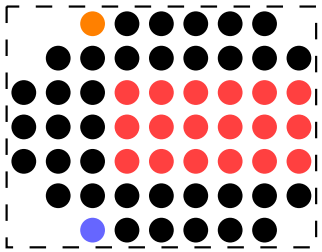
B^1: $\rightarrow$ B^2: $\downarrow$ B^3: $\leftarrow$ B^4: $\uparrow$

a nyíl: merre tölti ki B^i az alakzatot (B^i a B^{i-1} 90°-os elforgatottja)

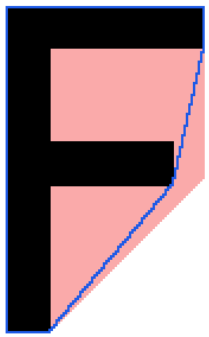
Konvex burok: példa



korlátozás nélkül



a befoglaló téglalapra korlátozva



F betű

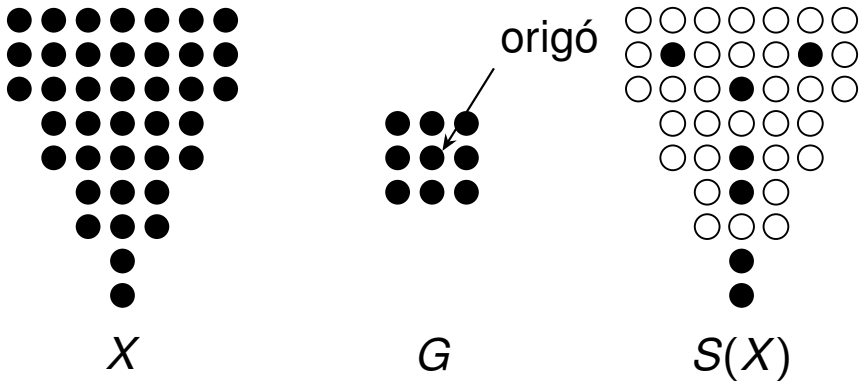
- Színek: melyik B^i adta hozzá a pontot (B^1, B^2, B^3, B^4); szaggatott: a befoglaló téglalap
- Korlátozás nélkül $C(X)$ túlnő a burkon $\Rightarrow$ a növekedést a befoglaló téglalapra korlátozzuk
- A négy SE csak vízszintesen és függőlegesen „néz” $\Rightarrow$ a határ csak 0, 45 vagy 90 fokos, a burok **közelítő**
  - F betű: a morfológiai burok (rózsaszín) 8%-kal nagyobb a valódi konvex buroknál (kék)

Morfológiai középvonal

- Az X halmaz $S(X)$ középvonala:

$$S(X) = \bigcup_{n=0}^{n_{max}} \left[(X \ominus nG) \setminus (X \ominus nG)_G \right] \doteq \bigcup_{n=0}^{n_{max}} s_n(X)$$

  - G: 3×3-as négyzet („lemez”); $X \ominus nG$: n-szeres erózió, $(X \ominus nG)_G$: ennek nyitása
  - n_{max}: a legnagyobb n, amelyre $X \ominus nG$ még nem üres



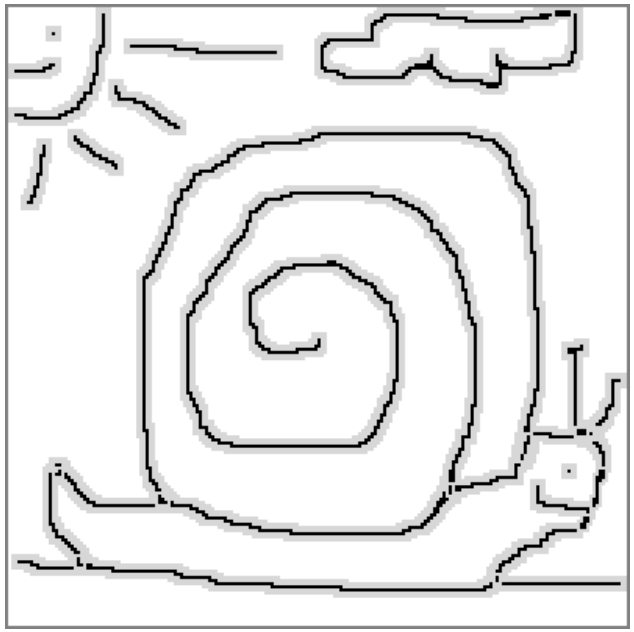
- A morfológiai MA több részből áll, és ezek – a folytonos középvonallal ellentétben – nem mindig függnek össze

Visszaállítás a morfológiai középvonalból

- Visszaállítás, $Y \oplus nG$: n-szeres dilatáció:

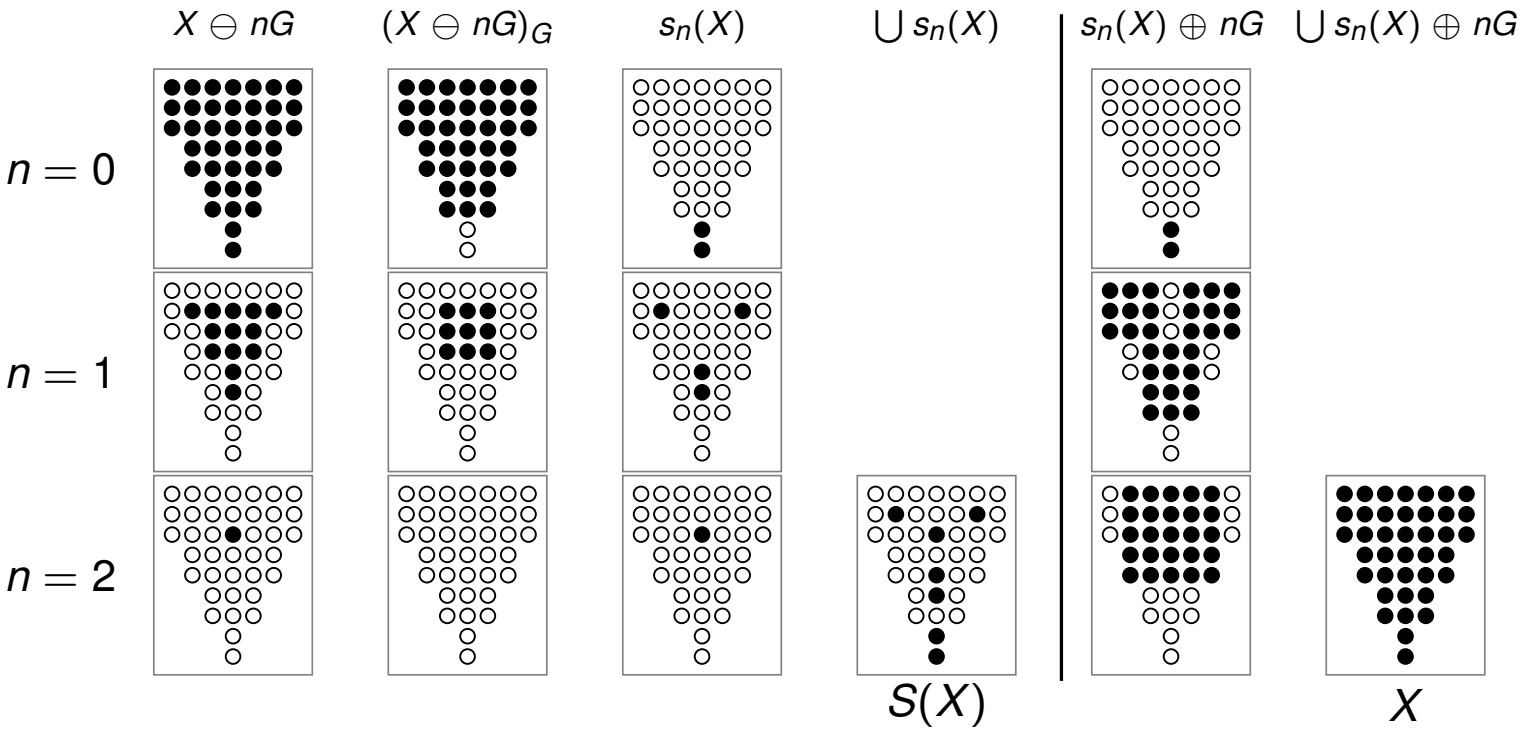
$$X = \bigcup_{n=0}^{n_{max}} s_n(X) \oplus nG$$

- Az MA azon X-beli lemezek középpontja, amelyek két vagy több pontban érintik X határát $\Rightarrow$ iteratív erózió
- X a lemezek uniója (középpont: MA-pont, sugár: a határtól mért távolság) $\Rightarrow$ iteratív dilatáció
- Ehhez tudni kell, hogy az $s_n(X)$ rész hányadik iterációban született



a csiga morfológiai középvonala: 36 különálló darab, mégis pontosan visszaállítható

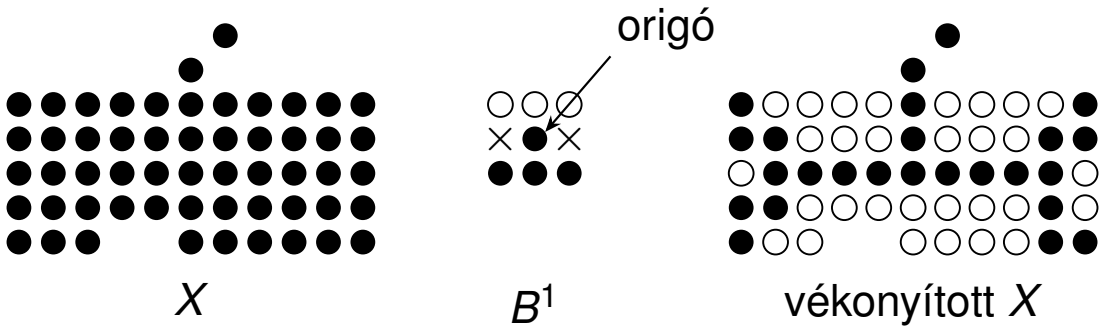
A morfológiai középvonal lépésenként



- Bal: iteratív erózió, nyitás, különbségük $s_n(X)$; uniójuk $S(X)$
- Jobb: a részeket visszadilatáljuk és egyesítjük $\Rightarrow X$

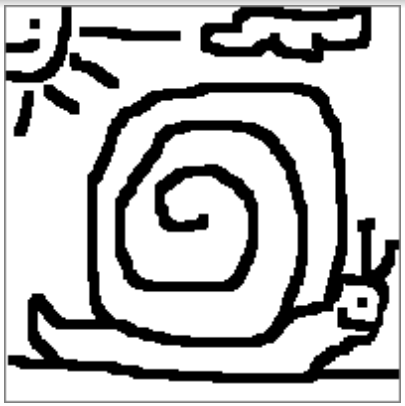
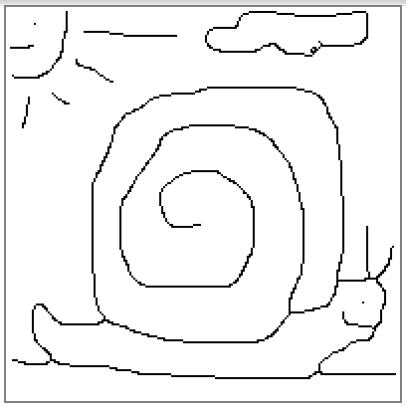
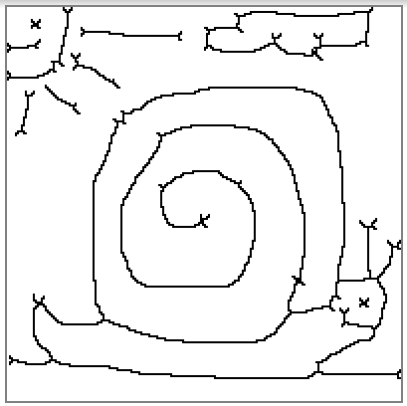
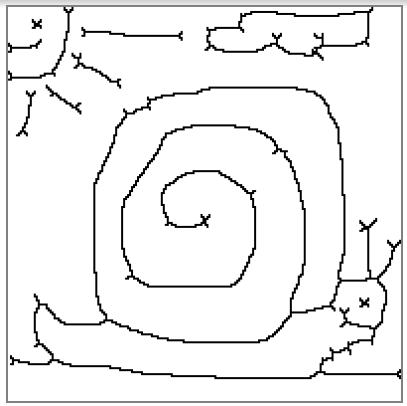
Morfológiai vékonyítás

- A morfológiai vékonyítás hit-miss segítségével vázzá (az ágak halmazává) redukál egy alakzatot
- Egy lépés: azokat a pontokat töröljük, ahol B illeszkedik: $X \setminus (X \otimes B)$
- Iteratív: minden iterációban az SE nyolc, 45°-onként elforgatott változatával $(B^1, \ldots, B^8)$ egymás után, amíg van változás



- B^1: fekete pont objektum, üres kör háttér, $\times$: közömbös; az eredmény függhet az elforgatások sorrendjétől
- **Vastagítás** (*thickening*), a duális művelet: $X \cup (X \otimes B)$; a gyakorlatban a háttér vékonyításával

Különböző vékonyítások összehasonlítása

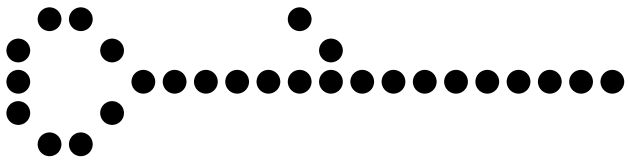





kép | hagyományos | 1. morfológiai | 2. morfológiai

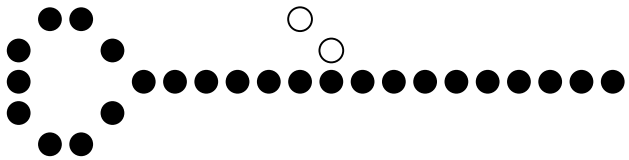
- A hagyományos vékonyítás eredménye jobb
- A morfológiai eredmény
  - függ az elforgatások sorrendjétől: 1. sorrend $B^1, B^2, \ldots, B^8$, 2. sorrend $B^1, B^8, B^7, \ldots, B^2$

  $\Rightarrow$ érzékeny az alakzat orientációjára (a két eredmény 872 pixelben tér el)
  - fölösleges kis ágakat tartalmaz (pl. a nap sugarainál, a fejnél)

Kis ágak morfológiai metszése



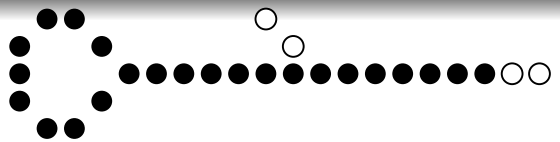
eredeti alakzat



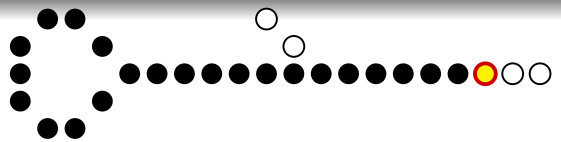
metszett alakzat

- Az **ágmetszés** (*pruning*) eltávolítja a kisebb, „zajos” ágakat
- Ezek tipikusan a MAT vagy a vékonyítás következtében jelennek meg
  - $\Rightarrow$ e két művelet után szokták alkalmazni
- A morfológiai ágmetszés több lépésből áll
  - a rövid ágakat törli, a hosszú ágakat viszont csak rövidítené, ezért azokat visszanöveszti

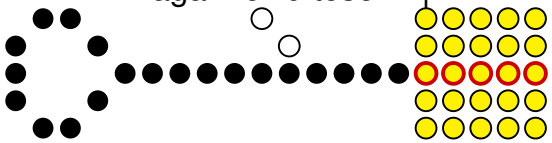
A morfológiai ágmetszés lépései



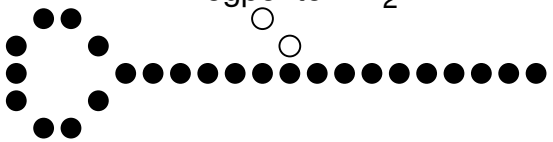
1. ágak rövidítése: X_1



2. végpontok: X_2



3. végpontok visszanövesztése: X_3



4. metszett alakzat: X_4

1. Forgó SE-vel (végpontkeresők) k-szor töröljük a végpontokat: X_1
   - k a törlendő ágak maximális hossza; itt $k = 2$
2. Megkeressük a megmaradt ágak végpontjait hit-miss-szel: X_2
3. X_3: **geodetikus dilatáció**, k lépés: $X_2 \oplus H$ és az eredeti halmaz metszete ($H = 3 \times 3$)
   - sárga: $X_2 \oplus 2H$, piros kör: ennek az eredeti halmazba eső része
4. A metszett alakzat: $X_4 = X_1 \cup X_3$

Tartalom

1 Középvonal és váz

2 Morfológiai alapműveletek

3 További morfológiai műveletek

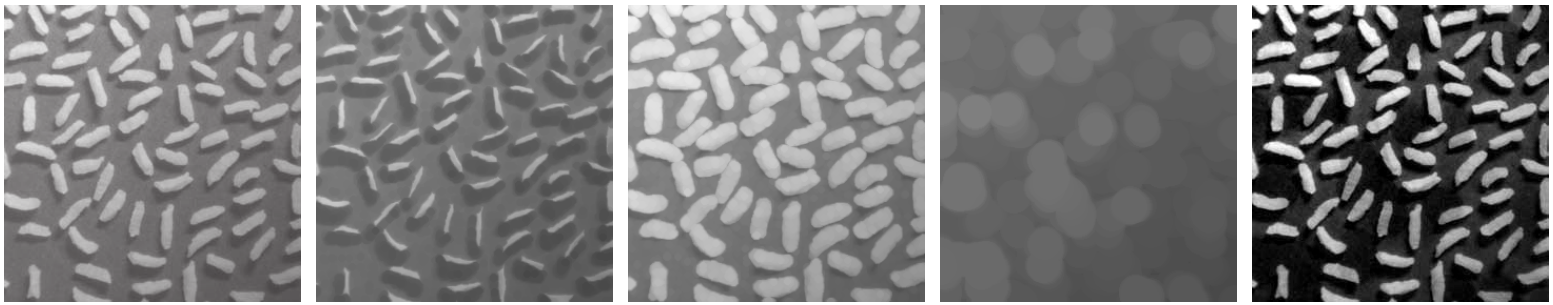
4 Kitekintés és összefoglalás
- Szürkeárnyalatos morfológia
- Összefoglalás

Szürkeárnyalatos morfológia

- Sík SE-vel a dilatáció B-n vett **lokális maximum**, az erózió **lokális minimum** (rangszűrők, mint a medián):

$$(f \oplus B)(x) = \max_{b \in B} f(x - b), \qquad (f \ominus B)(x) = \min_{b \in B} f(x + b)$$

- A nyitás a B-be be nem férő világos, a zárás a sötét részleteket tünteti el; **top-hat**: $f - f_B$ (fekete top-hat: $f^B - f$) $\Rightarrow$ a kis részletek a háttér nélkül



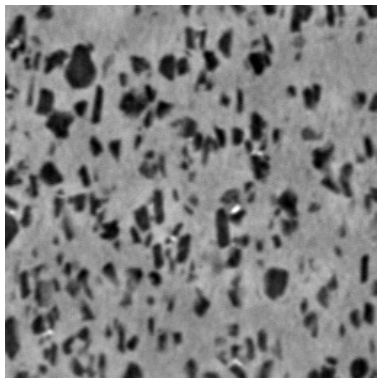
f $f \ominus B$ (min) $f \oplus B$ (max) $f_{B'}$: háttér $f - f_{B'}$

B: $r = 3$, B': $r = 15$ sugarú lemez. A szemek a minimumtól vékonyodnak, a maximumtól híznak; B' nagyobb a szemeknél $\Rightarrow$ $f_{B'}$ a háttér.

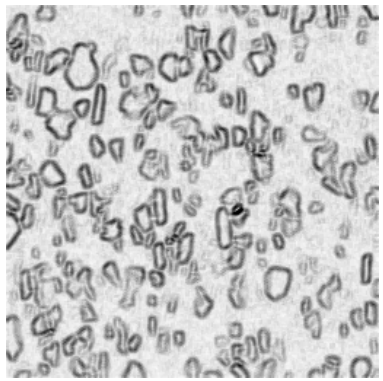
Kép: Gonzalez–Woods: Digital Image Processing, 4. kiadás, 9.42. ábra

Morfológiai gradiens

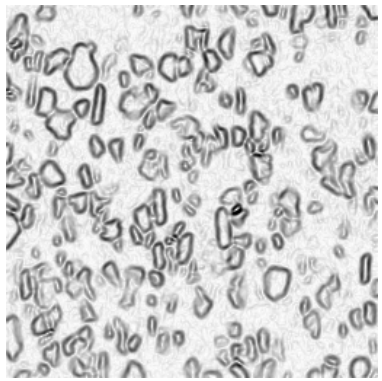
- A lokális maximum és minimum különbsége:
  $g = (f \oplus B) - (f \ominus B)$
- Homogén területen kicsi, az élek mentén nagy $\Rightarrow$ gradiens jellegű kép (vö. az éldetektálás előadással)
  - nemlineáris; B mérete szabja meg az élek vastagságát
  - a szemcseképen 0,98 a korreláció a Sobel-gradiens nagyságával
- Belső gradiens: $f - (f \ominus B)$, külső: $(f \oplus B) - f$; bináris képen a belső gradiens éppen a határ: $X \setminus (X \ominus G)$



f



morf. gradiens, 3×3



Sobel: $|\nabla f|$

A morfológiai feldolgozás alkalmazása

- Leggyakoribb feladatok
  - képek előfeldolgozása, pl. zajszűrés, alakzat-egyszerűsítés
  - alakzatok struktúraelemzése, tipikusan a középvonal és a váz kiemelése
  - objektumok elkülönítése a háttértől
  - objektumok számszerű leírása: terület, kerület, vetületek, a lyukak száma
- **Előnyök**: hatékony sok kis alakzatot tartalmazó képeken
  - az ilyen képek statisztikai leírására: méretek és más alakparaméterek eloszlása
  - morfológiai műveleteket támogató hardverrel gyors
- **Hátrányok**
  - nagy, összetett alakzatok precíz leírására nem alkalmas
  - elforgatásérzékeny $\Rightarrow$ sok eredmény csak közelítő, pl. a morfológiai középvonal, a váz és a konvex burok

Összefoglalás

művelet	definíció	hatás, felhasználás
erózió	$X \ominus B = \{x : B_x \subseteq X\}$	zsugorít, a kis részeket törli
dilatáció	$X \oplus B = \{x + b : x \in X,\ b \in B\}$	növel, réseket, lyukakat zár
nyitás	$X_B = (X \ominus B) \oplus B$	kis foltokat, nyúlványokat töröl
zárás	$X^B = (X \oplus B) \ominus B$	keskeny csatornákat, lyukakat tölt ki
hit-miss	$(X \ominus B_{ob}) \cap (\overline{X} \ominus B_{gr})$	mintakeresés: sarok, végpont
határ	$X \setminus (X \ominus G)$	kontúr
rekonstrukció	$Y_k = (Y_{k-1} \oplus B) \cap M$, a stabilizálódásig	lyukkitöltés, szegélytisztítás
konvex burok	$\bigcup_i D^i$, D^i: $X \cup (X \otimes B^i)$ iterálva	konvexitás (közelítő)
középvonal	$\bigcup_n (X \ominus nG) \setminus (X \ominus nG)_G$	visszaállítható, de széteső
vékonyítás	$X \setminus (X \otimes B^i)$, $i = 1, \ldots, 8$	összefüggő váz, sorrendfüggő
ágmetszés	végponttörlés + geodetikus dilatáció	a kis ágak törlése

- A vázszerű reprezentációk közül a hagyományos vékonyítás a legrobusztusabb